

# 風力発電設備動解析における三次元風速場の 修正カルマンモデルの提案

A MODIFIED VON KARMAN MODEL FOR DYNAMIC ANALYSIS OF WIND TURBINE

石原 孟<sup>\*1</sup>

Takeshi Ishihara

福王 翔<sup>\*2</sup>

Shou OH

## 1. はじめに

構造物の動的応答を精度よく求めるためには正確な三次元乱流場の作成が必要である。石原ら<sup>1)</sup>は、AR モデルを用いて発生させた風速場に観測データを組み込むことにより高精度の三次元風速場を作成し、これを風車の動解析に適用することにより解析結果と観測値の相関係数が約 8 倍に向上的結果を得た。AR モデルの係数行列は風速の相関係数から計算される。風車の国際設計指針 IEC61400-1<sup>2)</sup>では風速場のスペクトルが記述されており、これを用いる場合には逆フーリエ変換により推定した時系列を用いて相関係数を推定する必要がある。そのため、逆フーリエ変換を行うことなく、直接 AR モデルの係数行列を計算することのできる相関関数が提案されることが望まれる<sup>3)</sup>。しかし、国際設計指針 IEC61400-1 で定義している風速場の特性に対する要求事項はスペクトルに対して記述されているため、既存の相関関数はこの要求事項を満たしているか不明である。従って、AR モデルを用いた風速場を生成するためには、理論的に変換可能なスペクトルと相関関数が必要である。

乱流モデルは既往の研究において理論式や経験式等が数多く提案されているが、IEC61400-1 では Mann モデル(1988)<sup>4)</sup>および Kaimal モデル(1972)<sup>5)</sup>が推奨されている。Mann モデルはカルマンモデルに基づいた理論式であり、等方性乱流からの歪みを平均風速のせん断による寄与と仮定し、パワースペクトルおよびクロススペクトルを評価している。一方 Kaimal モデルは経験式であるが、観測値とよく一致する。しかし Mann モデルおよび Kaimal モデルでは、スペクトルのモデルに対応する相関関数のモデルが存在しない。

カルマンモデル<sup>6)</sup>では等方性乱流を仮定することにより、スペクトルと相関関数の両方ともに理論的に表されている。大気境界層内の風速場においては、カルマンモデル

は風方向成分のスペクトルをよく表わしていることが多くの研究により確認されているが、前田と牧野<sup>7)</sup>から指摘されるように、風直交方向および鉛直方向の風速成分に対して観測値と一致しない。

そこで本研究では、カルマンのスペクトルと相関関数モデルに基づいて、3 つの速度成分を表わすことのできるかつ観測値と一致する修正カルマンモデルを提案するとともに、気象観測タワーから得られた風速データを用いて提案式の検証を行う。

## 2. 修正カルマンモデルの提案

### 2.1 既往のモデル

一般的に相関関数  $R(U\tau)$  とスペクトル  $S(f)$  は、式(1)に示す Wiener-Khintchine の関係を満たし、スペクトル  $S(f)$  が限られた関数で表わされている時にのみ、相関関数  $R(U\tau)$  を解析的に導くことができる。

$$R(U\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} S(f) e^{i2\pi Uf\tau} df \quad (1)$$

まずカルマンモデルでは等方性乱流を仮定し、式(1)の関係を満たす風方向の速度成分のパワースペクトル式と自己相関式をそれぞれ式(2)と(3)のように表した。

$$\frac{fS_i(f)}{\sigma_i^2} = \frac{4(fL_i/U)}{\left(1 + 70.8(fL_i/U)^2\right)^{5/6}} \quad (2)$$

$$\tilde{R}_i(U\tau) = f(U\tau) = \alpha_1 |a_1 U\tau|^{1/3} K_{1/3}(|a_1 U\tau|) \quad (3)$$

また風直角方向および鉛直方向の速度成分のパワースペクトルおよび相関関数はそれぞれ式(4)と式(5)のように表した。

$$\frac{fS_i(f)}{\sigma_i^2} = \frac{2(fL_i/U)(1 + 188.8(fL_i/U)^2)}{\left(1 + 70.8(fL_i/U)^2\right)^{11/6}} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \tilde{R}_i(U\tau) &= g(U\tau) \\ &= \alpha_1 |a_1 U\tau|^{1/3} \left( K_{1/3}(|a_1 U\tau|) - \frac{|a_1 r|}{2} K_{2/3}(|a_1 U\tau|) \right) \end{aligned} \quad (5)$$

\*1 東京大学大学院工学系研究科教授(〒113-8656 東京都文京区本郷 7-3-1) E-mail: s.oh@bridge.tu-tokyo.ac.jp

\*2 東京大学大学院工学系研究科博士課程  
(平成 25 年 11 月 13 日第 35 回風力エネルギー利用シンポジウムに発表)

表1 測定データの統計的特性

No.	$U$ (m/s)	$\theta$ (deg)	$\sigma_u$ (m/s)	$\sigma_v$ (m/s)	$\sigma_w$ (m/s)	$\bar{uv}$ ( $m^2/s^2$ )	$\bar{uw}$ ( $m^2/s^2$ )	$\bar{vw}$ ( $m^2/s^2$ )	$L_u$ (m)	$L_v$ (m)	$L_w$ (m)
1	17.7	206.5	1.15	0.89	0.73	-0.039	-0.16	-0.14	42.8	12.7	7.93
2	19.2	206.3	1.09	0.94	0.75	0.043	-0.23	-0.18	51.7	12.3	8.19
3	20.7	204.3	1.08	0.76	0.63	-0.042	-0.19	-0.16	56.4	20.4	12.4
4	19.6	202.3	1.11	0.80	0.66	-0.11	-0.18	-0.24	51.1	26.3	16.8
Mean	19.3	204.9	1.11	0.84	0.69	-0.037	-0.20	-0.18	66.2	26.6	17.0

ここで、 $\alpha_1 = 2^{2/3} / \Gamma(1/3)$ 、 $a_1 = \sqrt{\pi} \Gamma(5/6) / \Gamma(1/3) L_i$  であり、 $f$  は周波数、 $\sigma_i$  は標準偏差、 $U$  は平均風速、 $L_i$  は長さスケールである。 $i=1$  は風方向成分、 $i=2$  は風直角方向成分、 $i=3$  は鉛直方向成分を表す。

Kaimal モデル<sup>6)</sup>では-3/5 則を考慮した上で、経験的に 3 つの速度成分のパワースペクトルと風方向－鉛直方向成分のクロススペクトルをそれぞれ式(6)と式(7)のように表した。

$$\frac{fS_i(f)}{\sigma_i^2} = \frac{4fL_i/U}{(1+6fL_i/U)^{5/3}} \quad (6)$$

$$\frac{fC_{13}(f)}{\sigma_1\sigma_3} = \frac{-1.066fL_{13}/U}{(1+1.745fL_{13}/U)^{7/3}} \quad (7)$$

## 2.2 修正カルマンモデルの提案

本研究では、任意の速度成分間の相関関数をカルマンモデルの風方向成分の相関関数を用いて表す。これは、テーラーの渦凍結仮説に基づき渦間における変動風速が方向に関係なく同じ形の相関を持つと仮定することにより導かれたものである。この仮定により、自己相関のみではなく異なる成分間の相互相関も同じ形の相関関数の式で表すことにした。そこで、相関の定義より  $\tilde{R}_{ij}(0) = \overline{u_i u_j} / \sigma_i \sigma_j$  を考慮すると、スペクトルは式(8)により表され、これと式(1)の関係を満たす相関関数は式(9)のように表わされる。

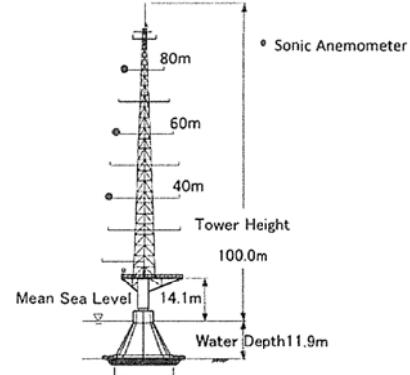
$$\frac{fC_{ij}(f)}{\sigma_i \sigma_j} = \frac{\overline{u_i u_j}}{\sigma_i \sigma_j} \frac{4(fL_{ij}/U)}{(1+70.8(fL_{ij}/U)^2)^{5/6}} \quad (8)$$

$$\tilde{R}_{ij}(U\tau) = \frac{\overline{u_i u_j}}{\sigma_i \sigma_j} \alpha_1 |a_1 U\tau|^{1/3} K_{1/3}(|a_1 U\tau|) \quad (9)$$

ここで、長さスケールは  $L_{ij} = (L_i + L_j)/2$  としてモデル化する。 $i = j$  の時に  $\overline{u_i u_j} / \sigma_i \sigma_j = 1$  となり、式(8)と式(9)はそれぞれパワースペクトルと自己相関関数を表し、 $i \neq j$  の時はレイノルズ応力と標準偏差の比を係数に持つクロススペクトルと相互相関関数を表す。以下、このモデルを修正カルマンモデルと呼ぶ。



(a) 観測地点



(b) 観測タワー概要

図1 観測地点と観測タワーの概要

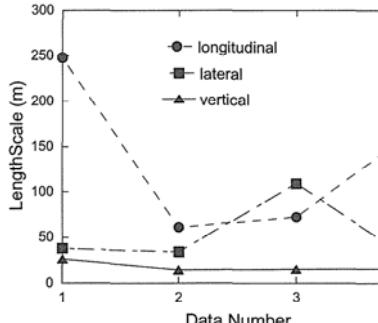
## 3. 洋上風の観測とモデルの検証

### 3.1 観測の概要とデータ解析

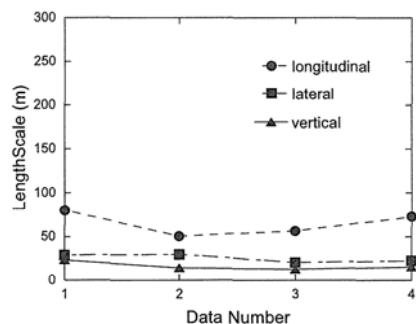
提案式の検証には、千葉県銚子市沖合 3.1km に設置された気象観測タワーにおける風観測データを用いた。観測地点および観測タワーの概要を図 1 に示す。観測機器として超音波風速計 3 機、三杯式風速計 22 機、矢羽式風向計 23 機の他、気圧計や温度計等のセンサーが設置されている。本研究では高さ 80m に設置された超音波風速計のデータのみを使用する。観測は 2012 年 11 月より実施されているが、20m/s 前後の高い平均風速が一日を通して観測された 2013 年 3 月 15 日について 16:00 から 16:40 のデータを使用し解析を行った。

表 1 には風速、風向、標準偏差、長さスケールおよびレイノルズ応力の 10 分平均値と 4 ケースの平均値を示す。4 ケースの平均値のうち、長さスケールのみ各 10 分デー

タの単純平均ではなく0Hzでのパワースペクトルの4ケースの平均値 $\bar{S}_i(0)$ 、標準偏差の4ケースの平均値 $\bar{\sigma}_i$ を用いて、 $\bar{L}_i = \bar{S}_i(0) / 4\bar{\sigma}_i^2$ から計算された値である。



(a) トレンド除去前



(b) トレンド除去後

図2 トレンド除去前後の長さスケールの比較

以上の値はすべて線形トレンドを除去した時系列データに対して求めたものであるが、線形トレンドの除去による効果を示すために、除去前後の時系列を用いて計算した長さスケールを図2に示す。トレンド除去前の長さスケールは、風方向成分と風直交方向の値がケース間で大きくばらついており、特に風方向については値に2倍近くの差がある。これに対しトレンド除去後の長さスケールは風方向、風直交方向ともにすべて同程度の値となり、低周波トレンドの影響を除去できていることがわかる。なお、鉛直方向の長さスケールはトレンド除去の影響を殆ど受けず、常に一定の値となっている。

スペクトルの計算にはサンプリング周波数20Hzの10分間データを2048サンプルに分割してウェルチ法による高速フーリエ変換から求め、相関については直接計算により求めた。求めたスペクトルと相関は4ケースで平均し、スペクトルについては0.025Hz間隔でbin平均を行った。

### 3.2 提案式の検証

図3(a), (b), (c)には、提案した修正カルマンモデル、

カルマンモデルおよびKaimalモデルの無次元化パワースペクトルと観測値との比較を示す。提案式は風方向成分についてカルマンモデルと同一であり、観測値とよく一致している。Kaimalモデルについては高周波側でこしづれているものの、観測値と概ね一致している。風直交方向成分および鉛直方向成分については、カルマンモデルではスペクトルのピークが低周波数側にずれているのに対し、提案式ではこれが改善され観測値とよく一致していることがわかる。Kaimalモデルはカルマンモデルと比較すると観測とほぼ一致している。

図3(e), (f), (g)には、異なる成分間のクロススペクトルについて提案式と観測値の比較を示す。観測値の風方向一風直角方向間のクロススペクトルからは有意な相関が見られず、一様な大気境界層における水平方向の応力は0であることによく対応している。風方向一鉛直方向については提案式と観測値はよく一致したが、Kaimalモデルは大きなずれが見られるのに対し、提案式は観測値とよく一致している。経験式であるKaimalモデルが観測値とずれている原因として、式(7)はKaimalモデルに対して、IEC61400-1の要求事項に従い、 $\sigma_1 = 2.185u^*$ および $L_i = 5.5z$ に基づいてモデルを修正したことが挙げられる。風直角方向一鉛直方向のクロススペクトルについて、IEC61400-1では考慮されていないが、観測値より明確な相関が存在することが分かる。

なお、紙面の関係で自己相関関数および相互相関関数の観測値との比較を省略したが、全風速成分についてよく一致した結果が得られた。また提案式の空間相関への適用について今後検討する予定である。

### 4.まとめ

本研究では、理論的に互換性のあるスペクトルと相関関数で記述された修正カルマンモデルの提案を行い、以下の結論を得た。

- 1) カルマンモデルは風直角方向および鉛直方向の速度成分のスペクトルのピークが低周波数側にずれているのに対し、提案モデルから求めたパワースペクトルは全成分において観測値とよく一致した。
- 2) クロススペクトルの提案式は、風方向一鉛直方向および風直角方向一鉛直方向成分において観測値とよく一致した。また風方向一風直角方向成分の値はほぼ0であることを示した。

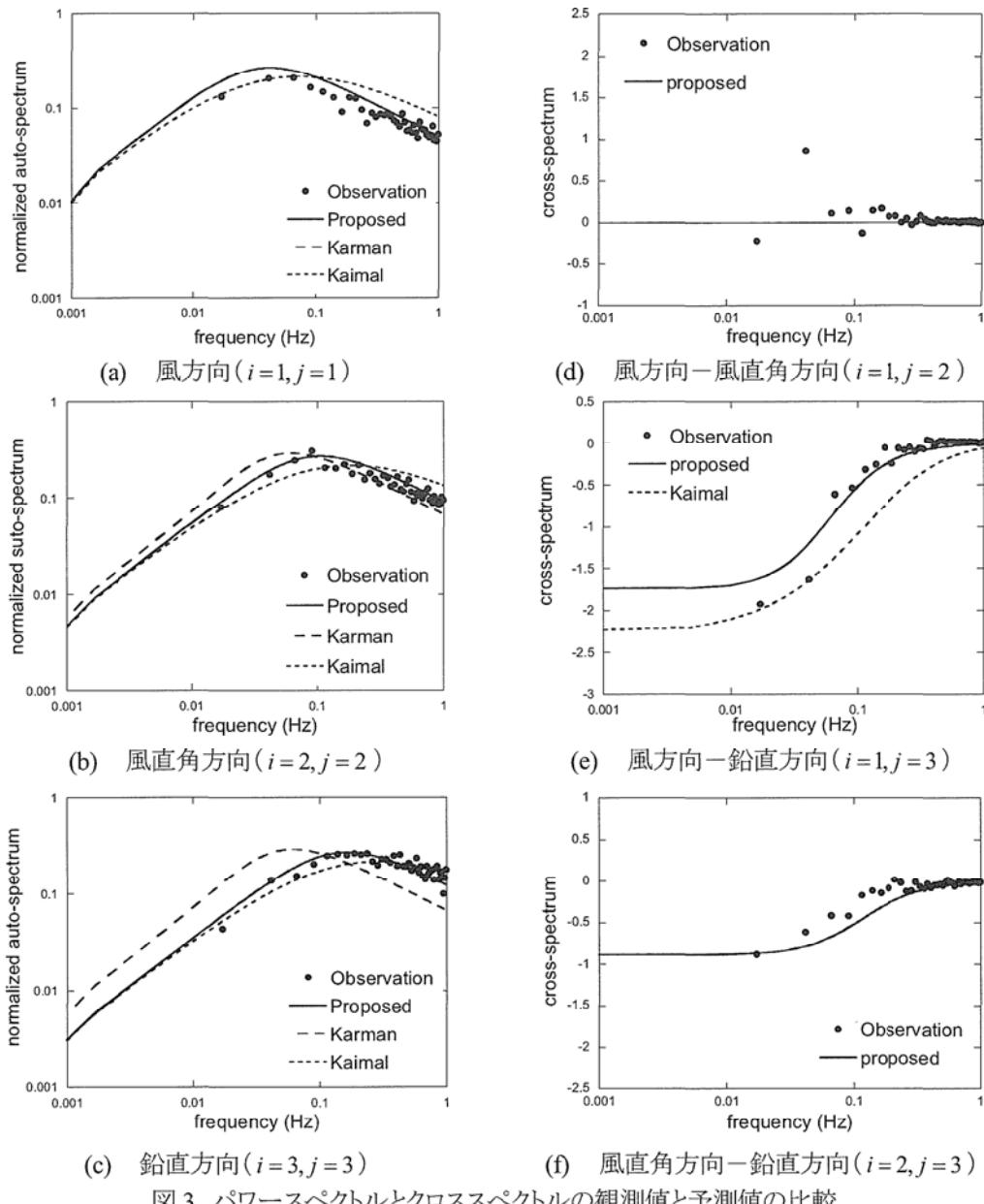


図3 パワースペクトルとクロススペクトルの観測値と予測値の比較

**謝辞** 本研究の成果は、新エネルギー・産業技術総合開発機構(NEDO)の助成により得られたものであり、ここに関係者の皆様に感謝の意を表する。

#### 参考文献

- 1) 石原孟, ファムバンフック, 山口敦:実測風速を組み込んだ風力発電設備し事物の風応答予測, 第 20 回風工学シンポジウム論文集, pp. 265-270, 2008
- 2) 竹内真弓, 前田潤滋, 近藤潤一:変動風速の縦方向成分と鉛直方向成分の相互相関を考慮した多次元変動風速場シミュレーション, 第 21 回風工学シンポジウム論文集, pp.25~36, 2010
- 3) IEC61400-1: Wind turbines - Part 1: Design requirements. International Electrotechnical Commission, 3rd edition, 2005.

- 4) J. Mann: The spatial structure of neutral atmospheric surface-layer turbulence, Journal of Fluid Mechanism, volume.273, pp. 141-168, 1994
- 5) J. C. Kaimal, J. C. Wyngaard, Y. Izumi, and O. R. Coté.: Spectral Characteristics of Surface-layer Turbulence. Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society, 98(417): 563–589, 1972.
- 6) T. von Karman: Progress in the Statistical Theory of Turbulence. Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America, 34(11): 530–5391948
- 7) J. Maeda and M. Makino: Characteristics of Gusty Winds Simulated by an ARMA Model. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 44:427–436, 1992