

数値流体解析による竜巻状渦内の三次元流れ場及びその形成メカニズムの解明

Numerical study on the flow field of tornado-like vortex using the LES turbulence model

石原 孟¹⁾ 福王 翔²⁾ 徳山 佳央³⁾

Takeshi ISHIHARA¹⁾, Sho OH²⁾, Yoshiteru TOKUYAMA³⁾

ABSTRACT

Flow fields of tornado-like vortices generated by a numerical tornado simulator have been investigated using the LES turbulence model for two typical swirl ratios. The results showed that the core radii of vortices with swirl ratios of 0.31 and 0.65 agree favorably with visualized vortices by a laboratory tornado simulator. Mean velocity fields were examined to obtain detailed corner flow patterns. It was found that a one-cell type vortex with a central upward flow appears for the case of low swirl ratio and vertical velocities show peaks at the center of the vortex, while a two-cell type vortex with a central downward flow emerges for the case of high swirl ratio and the maximum tangential velocity appears near ground. The formations of one-cell and two-cell type vortices were investigated by examining axisymmetric time averaged Navier-Stokes equations. The vertical pressure gradient generates vertical velocities at the center of vortex in the one-cell type vortex, while the centrifugal force balances with the radial pressure gradient and the vertical advection term of the radial velocity in the two-cell type vortex near ground and the increase of tangential velocity comes from the vertical advection there.

Key Words: Numerical tornado simulator, LES turbulence model, Flow field, Force balance

1. はじめに

近年日本において竜巻による大きな被害が発生し、竜巻に対する耐風設計の重要性がクローズアップされている¹⁾。Simiu and Scanlan の研究²⁾によると、竜巻に対する耐風設計では、竜巻による風圧力、竜巻に伴う圧力低下、そして竜巻による飛来物を考慮する必要がある。竜巻による風圧力と飛来物の軌道を正確に予測するには竜巻に伴う三次元流れ場の詳細構造を明らかにする必要がある。竜巻に伴う三次元流れ場を定量的に評価するために、Ward³⁾、Wan and Chang⁴⁾、文字と光田⁵⁾、松井と田村⁶⁾等は、竜巻発生装置を作成し、熱線風速計やレーザー流速計を用いて流れ場の計測を行った。しかし、三次元複雑乱流場の計測の困難さから、竜巻状渦の中心部及び地表面付近の流れ場に関する統計データが十分に得られていないのが現状である。一方、現地観測ではドップラーレーダー等により竜巻内の風速場が観測できるようになったが、地表面付近の風速の計測の困難さと竜巻渦の非定常性により流れ場の統計データが観測から得られにくい。これらの問題を解決するために Howells et al.⁷⁾、Lewellen and Lewellen⁸⁾、Kuai et al.⁹⁾、Maruyama¹⁰⁾、Nomura et al.¹¹⁾は数値解析を行い、竜巻に伴う三次元流れ場の特性の解明を試みた。Howell ら⁷⁾は、渦粘性を一定と仮定して軸対称解析を行い、1セル型渦と2セル型渦の再現に成功した。また Lewellen and Lewellen⁸⁾は、LES モデルを用いて、スワール比や地表面による竜巻への影響について明らかにした。さらに Kua ら⁹⁾は、室内実験の測定結果を境界条件とし、 $k-\varepsilon$ モデルにより境界条件が竜

¹⁾ 東京大学大学院工学系研究科 社会基盤学専攻 教授 (〒113-8656 文京区本郷 7-3-1)

²⁾ 東京大学大学院工学系研究科 社会基盤学専攻 大学院生 (〒113-8656 文京区本郷 7-3-1)

³⁾ M&T Co. (〒901-2602 足立区千住 1-4-1 東京アートセンター11 階)

巻の形成に与える影響を調べた。最近では、Maruyama¹⁰⁾は、LES モデルを用いて、室内実験装置を簡略化した数値モデルを用いて竜巻状渦の再現を試みた。しかし、これまでの数値解析では室内実験を正確に再現した例がなく、数値解析により竜巻状渦に伴う三次元乱流場を定量的に評価できるか、また竜巻状渦に伴う三次元流れ場の形成メカニズム等については不明な点が残されている。

そこで、本研究では、まず室内竜巻発生装置を数値的にモデル化し、三次元複雑乱流場を解析できる LES(Large Eddy Simulation)モデルを用いて竜巻状渦を発生させる。次に、発生させた竜巻状渦の平均速度場と圧力場を求め、竜巻に伴う三次元速度場の特性を明らかにするとともに、室内実験の結果と比較することによりモデルの精度を検証する。最後に、時間平均した軸対称ナビエ・ストークス方程式における各項の大きさを調べ、竜巻状渦に伴う三次元流れ場の形成メカニズムを明らかにする。

2. 数値解析モデル

2.1 支配方程式と乱流モデル

本解析では、空間的なフィルタリング操作を施した非圧縮性ナビエ・ストークス方程式を用いて行った。支配方程式は、非定常項を含むナビエ・ストークス方程式に対して空間フィルターをかけることで得られる。

$$\frac{\partial \rho \tilde{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \tilde{u}_i) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho \tilde{u}_i \tilde{u}_j) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\mu \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} \right) - \frac{\partial \tilde{P}}{\partial x_i} - \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \quad (2)$$

ここで、 $\tilde{u}_i$ 、 $\tilde{P}$ はフィルター平均化された速度と圧力を表わし、 ρ は流体の密度、 μ は流体の粘性係数を表わす。また τ_{ij} は、サブグリッドスケールのレイノルズ応力であり、次式により定義される。

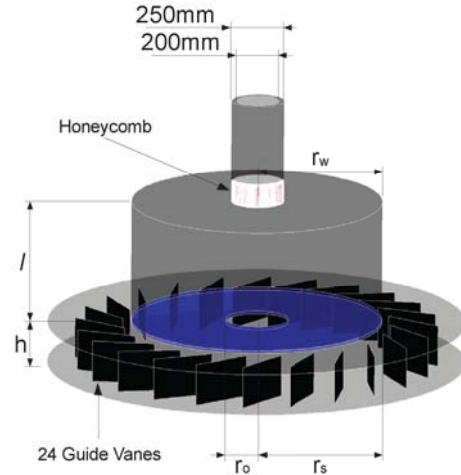
$$\tau_{ij} = -2\mu_t \tilde{S}_{ij} + \frac{1}{3} \tau_{kk} \delta_{ij}, \quad \tilde{S}_{ij} \equiv \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad (3)$$

また μ_t はサブグリッドスケールの乱流粘性係数、 $\tilde{S}_{ij}$ はひずみ速度テンソルである。サブグリッドスケールの乱流粘性係数については Smagorinsky モデルを用いて、次式より求める。

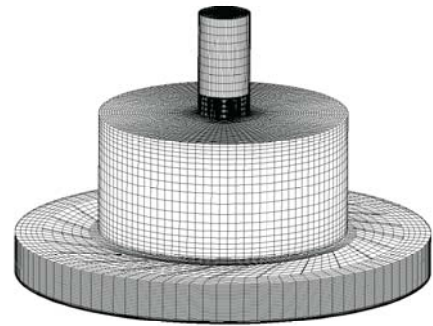
$$\mu_t = \rho L_s^2 |\tilde{S}| = \rho L_s \sqrt{2\tilde{S}_{ij}\tilde{S}_{ij}}, \quad L_s = \min(\kappa\delta, C_s\Delta^{1/3}) \quad (4)$$

ここで L_s はサブグリッドスケールでの混合長さ、 κ はカルマン定数(0.42)、 δ は格子の中心から最も近い壁までの距離、 Δ は計算格子の体積である。本研究ではモデル係数 C_s は、0.032 とした¹²⁾。

本解析は、非構造格子に基づく有限要素法を用いて行った。支配方程式の離散化は、対流項と粘性項に2次精度中心差分、非定常項に2次精度陰解法をそれぞれ使い、離散化した方程式の数値解法には半陰解法の SIMPLE



(a) 数値竜巻発生装置の鳥瞰図



(b) 計算格子の鳥瞰図

図1 数値竜巻発生装置

表1 解析における主要パラメータ

格子数	589821
半径方向の格子幅(mm)	2.08~26
垂直方向の格子幅(mm)	0.98~5.0
流量(m ³ /s)	0.3
流入高(mm)	200
上昇流口の半径(mm)	150

表2 パラメータ一覧

Case	a	θ (deg.)	S	V_c (m/s)	r_c (mm)
1	1.33	40	0.31	13.0	8.3
2	1.33	60	0.65	8.3	32.5

法を適用した¹²⁾。

2.2 数値竜巻発生装置の作成

本研究では、松井と田村⁶⁾が用いた Ward 型竜巻発生装置を数値的にモデル化した。図 1 には作成した数値竜巻発生装置及び計算格子の鳥瞰図を示す。図 1(a)に示すように、作成した数値モデルは室内竜巻発生装置と同様にガイドベーン、収束層、対流層、ハニカム、吸い上げ部等を設けている。装置上部に一定の流出速度を一様に与えることにより上昇流を再現した。また装置下部のガイドベーンの外側に自由流入を境界条件とし、ガイドベーンの変角を変化させることにより地面付近の角運動量を与えた。なお、側面及び底面については non-slip 条件を与えた。また格子分布については、竜巻状渦が発生する装置中心及び下部において密に配置した。表 1 には解析に用いた格子数、半径方向と鉛直方向の格子間隔、流量等を示す。

本研究では、代表的な 2 つのスワール比 S について数値解析を行った。表 2 には解析の条件を示す。ここで、 a は流入高 h と上昇流口の半径 r_0 との比、 θ はガイドベーンの変角（時計回り）である。スワール比は Ward³⁾に従い $S = \tan \theta / 2a$ で定義した。本研究ではガイドベーン変角 θ を 40° と 60° に設定することにより、スワール比が 0.31 と 0.65 の竜巻状渦を再現した。表 2 に示す V_c 、 r_c は、遠心力と圧力勾配がバランスする領域における最大旋衡風速及びそれに対応する半径である。

数値流体解析により発生させた竜巻状渦を検証するために、数値解析による瞬間流線図と、松井と田村⁶⁾による室内実験による可視化写真との比較を図 2 に示す。これらの図から、スワール比が小さいケースでは渦半径は小さく、スワール比が大きいケースでは大きくなり、数値解析の結果は室内実験とよく一致していることが分かる。また図 2(b)から、室内実験と同様に、 $S = 0.65$ のケースでは竜巻状渦は乱流状態になっていることが分かる。

3. 平均風速場と圧力場

スワール比の違いによる竜巻状渦内の流れ場の違いを調べるために、渦が安定した状態から 15 秒の統計処理を行うことにより平均風速、圧力とレイノルズ応力を求めた。図 3 には、渦中心を通る鉛直断面における平均風速のベクトル図を示す。 r は渦中心からの距離、 z は地表面からの高さである。この図から、 $S = 0.31$ のケースでは竜巻状渦の中心に強い上昇流が発生し

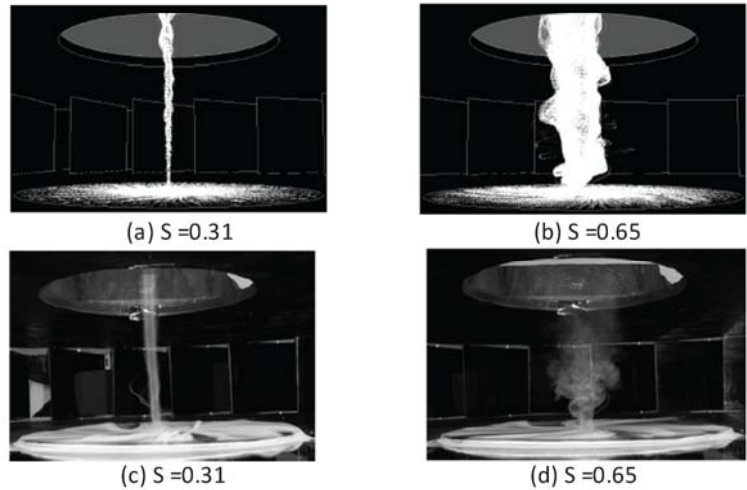


図 2 数値解析による瞬間流線図(a,b)と室内実験による可視化写真(c,d)⁶⁾

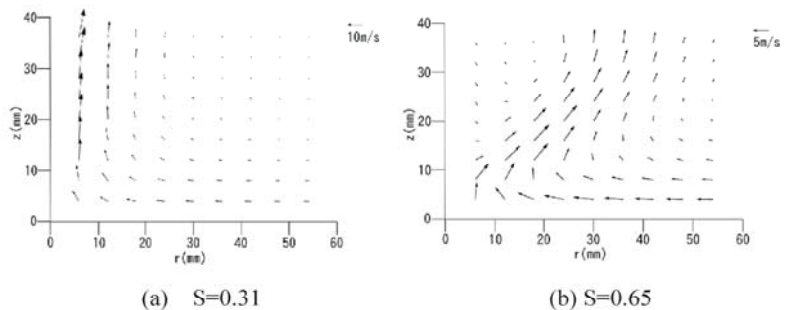


図 3 竜巻状渦中心を通る rz 断面内における風速のベクトル図

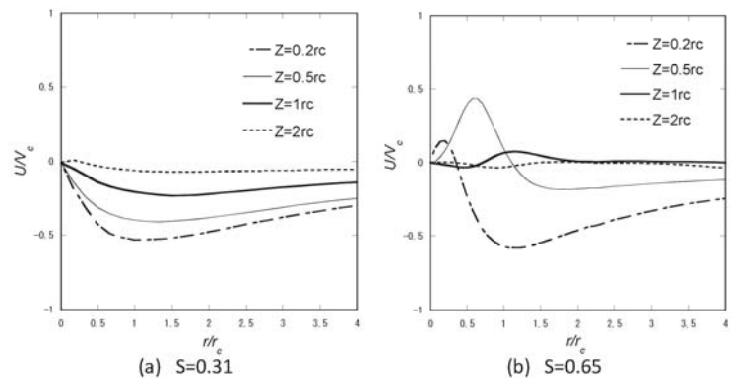


図 4 無次元化半径方向風速の半径方向分布

ており、1セル型渦を形成していることがわかる。一方、 $S = 0.65$ のケースでは渦の中心に下降流が見られ、2セル型渦となっていることが分かる。これらの流れパターンは、Nolan and Purcell¹³⁾、Haan et al.¹⁴⁾が示した流れパターンとよく一致している。

竜巻状渦内の三次元流れ場を詳細に調べるために、それぞれのスワール比における上空の最大旋衡風速 V_c とその半径 r_c を用いて風速及び圧力を無次元化し、いくつかの高さにおける三成分の平均風速と平均圧力の半径方向分布を図4～6に示した。数値解析の予測精度を検証するため、文字と光田⁵⁾、松井と田村⁶⁾による室内実験結果を用いた。無次元化には、接線方向風速の変化がなくなった高さにおける最大旋衡風速とそれに対応する半径を用いた。文字と光田⁵⁾の実験では $z = 20\text{mm}$ 、松井と田村⁶⁾の実験では $z = 50\text{mm}$ の高さにおける値を用いた。

図4から分かるように、 $S = 0.31$ のケースにおける半径方向風速は負であり、地面から離れるにつれ、その絶対値が減少する。半径方向風速の最大値は地表面付近に見られ、 $z = 0.2r_c$ の高さにおける絶対値は約 $0.5V_c$ である。一方、 $S = 0.65$ のケースにおける半径方向風速は渦中心付近では渦の中心から外向きの流れが生じているが、渦中心から離れるところでは内向きの流れが生じている。その最大値は約 $0.6V_c$ となっている。この値はSimiuとScanlan²⁾により提案された値 $0.6V_c$ とほぼ同じである。

図5には接線方向風速の分布を示す。比較のために松井と田村⁶⁾の室内実験データも図5(b)に示し、数値解析結果は室内実験とよく一致していることが分かる。

上空における接線方向風速はスワール比によらず同じ傾向を示している。一方、地表面付近の接線方向風速は $S = 0.31$ のケースでは地表面に近づくにつれて小さくなるのに対し、 $S = 0.65$ のケースでは上空のそれより大きくなり、その最大値は $1.4V_c$ に達している。構造物は地表面付近に存在するため、この風速の増大は耐風安全性を考える上で非常に重要である。

図6には鉛直方向風速の分布を示す。比較のために文字と光田⁵⁾の室内実験データを図6(b)に示し、数値解析結果は室内実験と一致していることが分かる。 $S = 0.65$ のケースでは、鉛直方向風速の最大値はどの高さにおいてもほぼ同じ $0.5 \sim 0.6V_c$ であり、SimiuとScanlan²⁾により提案された値 $0.67V_c$ と一致している。一方、 $S = 0.31$ のケースでは、鉛直方向風速はどの高さにおいても渦の中心で最大値をとり、高さが大きくなるにつれその値も増大する。その最大値は $z = 2r_c$ の高さで約 $1.8V_c$ であり、非常に大きな上昇流が渦中心に発生していることが分かる。

圧力の半径方向分布を図7に示す。 $S = 0.31$ のケースでは上空に行くにつれ圧力が急激に減少するのに対し、 $S = 0.65$ のケースでは高さによらず圧力は同じ分布を示す。スワール比による圧力分布の違いが竜巻状渦に伴う流

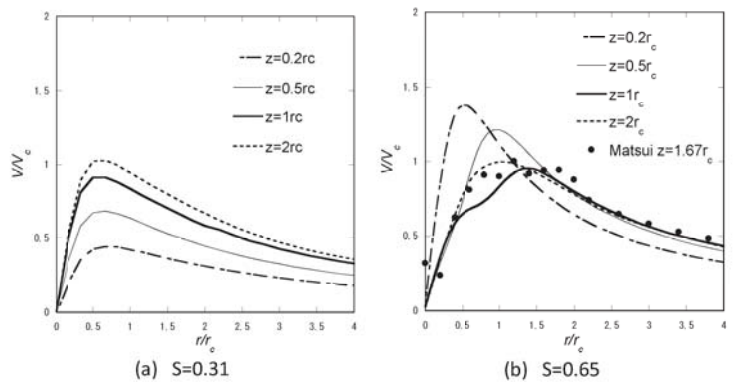


図5 無次元化接線方向風速の半径方向分布

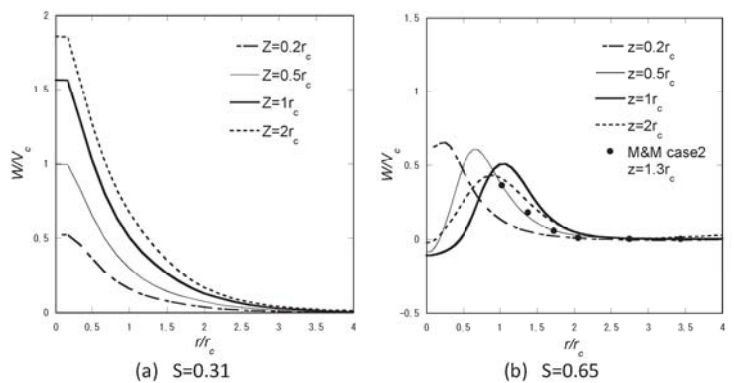


図6 無次元化鉛直方向風速の半径方向分布

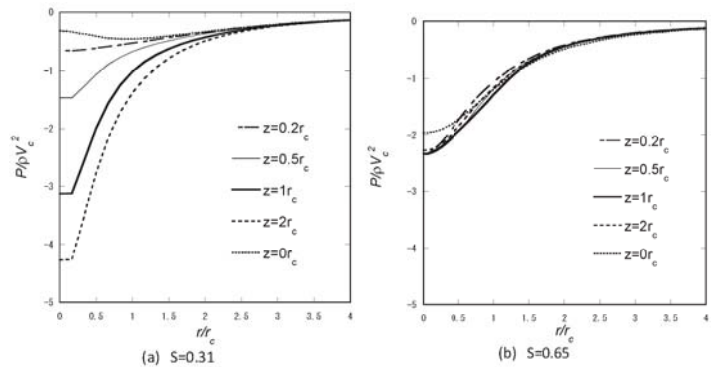


図7 無次元化圧力の半径方向分布

れ場に与える影響について4章で詳しく説明する。

4. 三次元流れ場の形成メカニズム

竜巻状渦に伴う三次元流れ場は、1セル型渦($S=0.31$)の場合に渦中心に強い上昇流が発生しているのに対して、2セル型渦($S=0.65$)の場合に接線方向風速が地表面付近で増大している。このような流れ場の形成メカニズムを明らかにするために、軸対称時間平均ナビエ・ストークス方程式に基づき、方程式にある各項のバランスを調べた。

4.1 鉛直方向の力のバランス

1セル型渦($S=0.31$)の渦中心で発生した強い鉛直方向風速の形成メカニズムを調べるために、次に示す鉛直方向の軸対称時間平均ナビエ・ストークス方程式を用いた。

$$U \frac{\partial W}{\partial r} + W \frac{\partial W}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} - \left(\frac{\partial uw}{\partial r} + \frac{\partial w^2}{\partial z} + \frac{uw}{r} \right) + D_w \quad (5)$$

ここで U 、 W と u 、 w はそれぞれ、半径と鉛直方向の平均風速と変動風速、 z は地面からの高さ、 r は渦中心からの距離を表す。式(5)の左辺は、半径方向(A_{rw})と鉛直方向(A_{zw})の移流項から成り、右辺は鉛直方向の圧力勾配(P_z)とレイノルズ応力項(T_w)、そして拡散項(D_w)から成る。強い上昇流が生じる渦中心($r=0$)においてこれらの項を計算し図8に示した。この図から、鉛直方向の各項のうち、圧力勾配と鉛直方向の移流項が支配的であり、二項はほぼバランスしていることが分かる。圧力勾配と鉛直方向の移流項のバランスから、鉛直方向風速 W は次のように表わせる。

$$W = \sqrt{2 \int_0^z \left(-\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} \right) dz} \quad (6)$$

式(6)により求めた鉛直方向風速と数値計算による鉛直方向風速を図9に示す。式(6)により求めた鉛直風速は数値解析結果とほぼ一致しており、1セル型渦($S=0.31$)における渦中心に発生する大きな鉛直風速は圧力勾配に起因していることが分かる。

4.2 半径方向の力のバランス

2セル型渦($S=0.65$)における、地表面付近での接線方向風速が増大したメカニズムを調べるためには、半径方向の時間平均した軸対称ナビエ・ストークス方程式を用いた。

$$U \frac{\partial U}{\partial r} + W \frac{\partial U}{\partial z} - \frac{V^2}{r} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial r} - \left(\frac{\partial u^2}{\partial r} + \frac{\partial uw}{\partial z} - \frac{v^2}{r} + \frac{u^2}{r} \right) + D_u \quad (7)$$

式(7)の左辺は半径方向(A_{rr})と鉛直方向(A_{zu})の移流項及び遠心力(C_r)から成り、右辺は半径方向圧力勾配(P_r)、レイノルズ応力項(T_u)、そして拡散項(D_u)から成る。接線方向風速の増大が見られた $z=0.25r_c$ の高さにおいてこれらの項を計算し、図10に示した。この図から、遠心力は最大であり、圧力勾配と鉛直方向の移流項の和が遠心力とバランスしていることが分かる。半径方向の圧力勾配とバランスしている接線風速を V_p 、鉛直方向移流項と

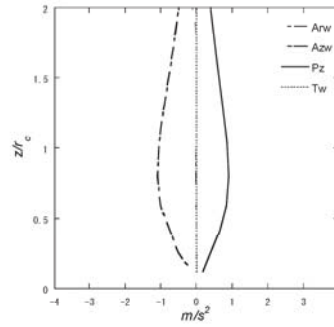


図8 鉛直方向の力のバランス

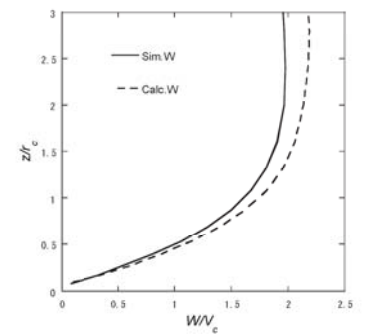


図9 渦中心の鉛直方向風速

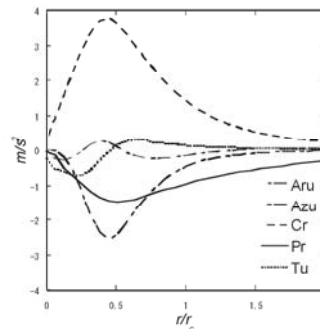


図10 半径方向の力のバランス

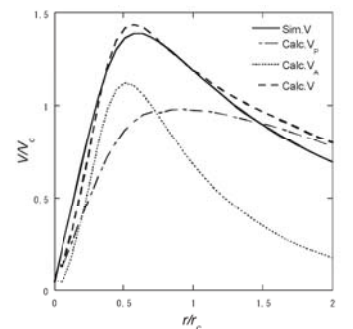


図11 地表付近の接線方向風速

バランスしている接線風速を V_A とし、次式により表すことができる。

$$V = \sqrt{V_p^2 + V_A^2} = \sqrt{\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial r} r + W \frac{\partial U}{\partial z} r} \quad (8)$$

式(8)により求めた接線方向風速 V_p , V_A , V と数値解析により得られた接線方向風速を図 11 に示す。遠心力は半径方向の圧力勾配及び鉛直方向の移流項とバランスしていると仮定して求めた風速 V は数値解析の結果とよく一致するのに対し、半径方向圧力勾配から求めた V_p は、数値解析結果を過小評価している。上空では遠心力と半径方向圧力勾配とほぼバランスしていることを考えると、2セル型渦 ($S = 0.65$) における接線方向風速の地表面付近での増大は、鉛直方向の移流項によって生じていることが分かる。

5. まとめ

本研究では室内実験装置を正確に再現した数値モデルを作成し、LES 乱流モデルを用いて代表的な二つのタイプの竜巻状渦を発生させ、その詳細な流れ構造と発生メカニズムを調べ、以下の結論を得た。

1. 数値竜巻発生装置により室内実験と同じ形状の竜巻状渦を発生させることができ、接線方向と鉛直方向の平均風速は室内実験結果とよく一致した。
2. スワール比が小さいケースでは1セル型渦を形成し、渦中心に大きな上昇流が生じ、その最大値は $1.8V_c$ に達する。一方、スワール比が大きいケースでは2セル型渦を形成し、接線方向風速は地表面付近で増大し、その最大値は $1.4V_c$ に達する。
3. 軸対称時間平均ナビエ・ストークス方程式の各項を調べることにより、1セル型渦の渦中心に発生する大きな上昇流は鉛直方向の圧力勾配によって生じていることが分かった。また、2セル型渦の接線方向風速の地表面付近での増大は、地表面付近において鉛直方向の移流項に生じていることを明らかにした。

謝辞

本研究では、東京工芸大学の松井正宏教授から貴重な写真と実験データを提供して頂いた。ここに記し謝意を表する。

参考文献

- 1) 田村幸雄：竜巻等の実態および発生予測と対策，平成 19 年度科学技術振興調整費研究成果報告書，432pp, 2007.
- 2) Simiu, E. and Scanlan R.N. : Wind effects on structures : fundamental and applications to design, 3rd Edition, John Wiley & Sons., 1996.
- 3) Ward, N.B. : The exploration of certain features of tornado dynamics using a laboratory model, Journal of the Atmospheric Sciences, Vol.29, 1194-1204, 1972.
- 4) Wan, C.A., Chang, C.C. : Measurement of the velocity field in a simulated tornado-like vortex using a three-dimensional velocity probe, Journal of Atmospheric Science, Vol.29, 116-127, 1972.
- 5) 文字信貴，光田寧：竜巻実験装置を用いた 1 セル及び 2 セル渦の研究，京都大学防災研究所年報，第 26 号，B-1, pp.393-401, 1983.
- 6) 松井正宏，田村幸雄：竜巻状流れ場に対するスワール比，粗度の影響に関する室内実験，第 19 回風工学シンポジウム論文集，pp.7-12, 2006.
- 7) Howells, P.C., Rotunno, R., Smith, R.R. : A comparative study of atmospheric and laboratory analogue numerical tornado-vortex models. Quarterly Journal of Royal Meteorological Society, 114, 801-822, 1988.
- 8) Lewellen, D.C., Lewellen, W.S. : Large-eddy simulation of a tornado's interaction with the surface. Journal of the Atmospheric Sciences, Vol.54, No.5, 581-605, 1997.
- 9) Kuai, L., Haan, F.L., Gallus, W.A., Sarkar, P.P. : CFD simulations of the flow field of a laboratory simulated tornado for parameter sensitivity studies and comparison with field measurements, Wind and Structures, Vol.11, No.2, 1-22, 2008.
- 10) T. Maruyama : A Numerically Generated Tornado-Like Vortex by Large Eddy Simulation, APCWE-VII, pp.349-352, 2009.
- 11) T. Nomura, S. Miyata and H. Hasebe : An Attempt of Finite Element Flow Simulation of Tornado Vortices, APCWE-VII, pp.345-348, 2009.
- 12) Oka, S. and Ishihara, T. : Numerical study of aerodynamic characteristics of a square prism in a uniform flow, J. Wind Eng. Indust. Aerodyn., Vol. 97, pp.548-559, 2009.
- 13) Nolan, D.S., Purcell, O.P. : The structure and dynamics of tornado-like vortices. Journal of the Atmospheric Sciences, Vol.56, 2908-2936, 1999.
- 14) Haan, F.L., Sarkar, P.P., Gallus, W.A. : Design, construction and performance of a large tornado simulator for wind engineering applications, Engineering Structures 30, pp.1146-1159, 2008.