

構造基本断面の空力不安定振動応答評価に関する二次元非定常 $k-\varepsilon$ モデルの適用性の検討

嶋田健司¹・石原 孟²

¹正会員 清水建設(株)技術研究所(〒135-8530 東京都江東区越中島三丁目4番地17号)

²正会員 東京大学教授 大学院工学系研究科社会基盤学専攻(〒113-8656 東京都文京区本郷七丁目3番地1号)

流れの剥離を伴う鈍い断面には、その断面辺長比に応じてたわみ渦励振、ギャロピング、ねじれ渦励振、ねじれフラッター等、種々の空力不安定振動が生じることが知られている。これらの断面は長大橋梁や超高層建築物等の構造物に見られることから、それらの耐風設計においてはその発生を正しく予測する必要がある。本論文では構造基本断面として辺長比が2および4の矩形断面を対象とし、二次元非定常 $k-\varepsilon$ モデルによりこれらの一様流中における空力不安定現象の再現性を検討するために、非定常空気力、非定常風圧分布および自由振動応答について既往の研究結果との詳細な比較を行った。その結果、二次元非定常 $k-\varepsilon$ モデルは、これら空力不安定現象の発振風速および応答振幅を精度よく予測することが可能であることがわかった。

Key Words : two-dimensional unsteady $k-\varepsilon$ model, vortex-induced vibration, torsional flutter, galloping, computational fluid dynamics, unsteady wind force

1. はじめに

橋梁や高層建築物の断面は流れに対して「鈍い」物体であり、空力不安定振動の発生には断面風上から剥離するせん断層と after body の干渉が重要となる。図-1には矩形断面に発生する空力振動の種別を辺長比 B/D (B : 流れ方向長さ, D : 見付幅) ごとに示す¹⁾。振動の種別は静止状態において断面まわりに形成されるフローパターン(完全剥離型, 周期的再付着型, 定常的再付着型)に基づき分類することができる。図-1を見ると全ての断面に渦励振(Karman 渦型)が関与する他、完全剥離型断面ではギャロピングが、周期的再付着型断面では渦励振(1せん断層不安定型)およびねじれフラッターが、また定常的再付着型断面では連成フラッターが関係することがわかる。

これらの内、たわみ振動であるギャロピングやたわみ渦励振の応答予測に関しては準定常理論²⁾や非線形渦振子モデル³⁾等の数理モデルの構築が試みられており、モデルパラメータを実験的に求めておけば発現風速のみならず応答値まで予測できる。一方、ねじれモードが関与する振動の予測に関しては数理モデルの構築はたわみ振動ほどには進展しておらず、発現風速に関しては予測が可能になったものの^{4),5)}、応答振幅を推定できるまでには至っていない。

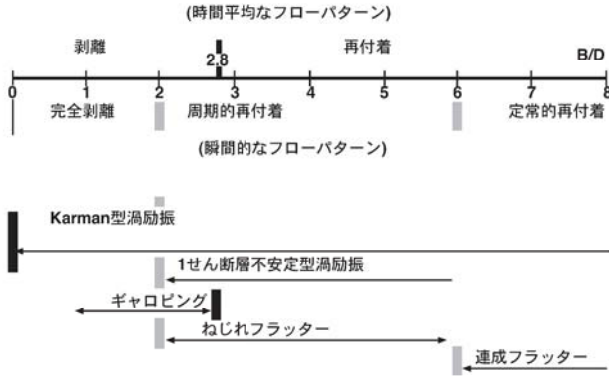
一方、近年では数値流体解析により高レイノルズ数域におけるブラフボディーを過ぎる流れ場およびそれから生じる空気力の再現が試みられている⁶⁾。しかし現在までのところ、定常空気力あるいは強制振動時の非

定常空気力に関する研究^{7),8),9),10)}は多いものの、自由振動時の応答予測に関して詳細な検討が行われている例はあまり多くはない^{11),12)}。

空力不安定振動のような非線形系の自由振動応答の再現においては、物体の運動と流れ場とのフィードバックの繰り返しの末に到達するリミットサイクルを種々の無次元風速において追跡することになるために、長い計算時間が避けられない。また非線形性のため、質量減衰比等の構造パラメータによっても振動系は変化するため、これらを種々の値に変えて計算を行う必要もある。したがってこれらのことを三次元解析で行おうとすると相当な計算負荷になる。

ところで著者ら¹³⁾は二次元非定常 $k-\varepsilon$ モデルが、 $0.6 \leq B/D \leq 8.0$ の辺長比の二次元矩形断面の Strouhal 数の辺長比による変化等、内在的な不安定性が再現できることを明らかにし、同手法の振動問題への拡張の可能性について示した。二次元解析によれば高速な計算が可能である。

$k-\varepsilon$ モデルによる二次元解析で二次元断面の空力特性に関して定量的にもよい結果が得られる理由としては、乱流モデルによる渦粘性が、スパン方向の運動量拡散として擬似的に機能していることが考えられる。また、アンサンブル平均型の乱流モデルが periodic な現象を再現する特性に優れていることがあげられる。特に、文献¹³⁾で示したように、渦放出に伴い変動外力の periodic な成分が卓越する断面形状の場合にはこのことは特に重要である。しかし、前者の意味において二次


 図-1 流れのパターンと発生する空力振動¹⁾

元解析はあくまで近似であり、その適用にあたっては、その特性の把握と限界に関する検討が不可欠である。

本論文では二次元非定常 $k-\varepsilon$ モデルによる空力不安定振動の自由振動応答予測について述べる。本論文の構成は以下になっている。第2章では二次元非定常 $k-\varepsilon$ モデルを用いた流体解析手法および非定常空気の同定方法について述べる。第3章では数値解析結果の検証のために行った自由振動実験の方法について述べる。第4章では鉛直たわみ振動の例として完全剥離型断面である辺長比2と、周期的再付着型断面である辺長比4の矩形断面について論じる。第5章ではねじれ振動に関して論じる。最後に第6章では二次元非定常 $k-\varepsilon$ モデルの空力不安定振動予測に関する適用性について結論を示す。

2. 解析方法

(1) 流体解析方法

流体解析は二次元非定常 $k-\varepsilon$ モデルによる。

$$\frac{DU_i}{Dt} = -\frac{\partial}{\partial x_i} \left(P + \frac{2}{3}k \right) + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\nu + \nu_t) \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \right] \quad (1)$$

以下では変数の添字の i および $j(i, j = 1, 2)$ はアインシュタインの総和規約にしたがうものとする。ここに左辺は実質微分を表す。空間内の格子点が速度 $\dot{x}_j$ で運動する場合には以下のように表される。

$$\frac{DU_i}{Dt} = \frac{\partial U_i}{\partial t} + (U_j - \dot{x}_j) \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \quad (2)$$

ν_t は乱流粘性係数であり、以下に示す乱流エネルギーおよび乱流エネルギーの散逸率から $\nu_t = C_\mu k^2 / \varepsilon$ のように算出される。乱流エネルギー k と乱流エネルギーの散逸率 ε は以下の輸送方程式から求められる。

$$\frac{Dk}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ \left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right\} + P_k - \varepsilon \quad (3)$$

$$\frac{D\varepsilon}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ \left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right\} + (C_{\varepsilon_1} P_k - C_{\varepsilon_2} \varepsilon) \frac{\varepsilon}{k} \quad (4)$$

各モデルパラメータは、 $C_\mu = 0.09$, $C_{\varepsilon_1} = 1.44$, $C_{\varepsilon_2} = 1.92$, $\sigma_k = 1.0$, $\sigma_\varepsilon = 1.3$ で標準 $k-\varepsilon$ モデルのものと同一である。乱流モデルとしては、 k の生産項 P_k を以下のように置く Kato-Lauder モデル¹⁴⁾を用いた。

$$P_k = C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \sqrt{\frac{1}{2} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right)^2} \sqrt{\frac{1}{2} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right)^2} \quad (5)$$

このモデルの特徴は、標準 $k-\varepsilon$ モデルで見られる、流れが壁に衝突するような場合に生じる可能性がある過剰な乱流エネルギーの生成を防ぐことができることである。標準 $k-\varepsilon$ モデルでは過剰な乱流粘性作用により剥離せん断層の発達が弱められてしまうのに対し、より自然な剥離せん断層の再現が可能になる。

一般に物体境界近傍はそれ以外の流れ場に比べ乱流粘性が小さい状態になっている。このため上記の乱流モデルは物体近傍には適用できない。このため、対数則を課する方法や、低 Reynolds 数モデルを適用する等の種々の方法がある。本解析では物体境界近傍には以下に示す Two-Layer モデル^{15),16)}を用いた。

$$\varepsilon = \frac{k^{3/2}}{l_\varepsilon}, \quad \nu_t = C_\mu k^{1/2} l_\mu \quad (6)$$

物体境界近傍における ε および ν_t は以下に示す長さスケール l_ε および l_μ と k から代数的に求められる。

$$l_\mu = C_l y_w \left[1 - \exp \left(-\frac{Re_y}{A_\mu} \frac{25}{A^+} \right) \right], \quad l_\varepsilon = \frac{C_l y_w}{1 + 5.3/Re_y} \quad (7)$$

ここでその中に含まれる定数はそれぞれ、 $C_l = 0.41 C_\mu^{-3/4}$, $A_\mu = 50.5$, $A^+ = 25$ である。また、 y_w は壁からの距離を表す。Two-layer モデルの特徴は、 l_ε と l_μ が乱流 Reynolds 数 $Re_y (= k^{1/2} y_w / \nu)$ の関数になっているため、流れの Reynolds 数効果を表現できる点である。この方法は対数則を用いるのに比べて物体近傍により多くの格子点が必要にはなるものの、再付着が存在する場合により忠実に流れ場を再現できることにある。さらに物体近傍で ε を式 (6) のように代数的に与えるため、低 Reynolds 数モデルに見られるような ε に関する複雑な境界条件の取り扱いを避けることができる。本解析では Two-Layer モデルの適用範囲は物体近傍の3メッシュ程度を目安にした。

圧力 $P = p/\rho$ は次式に示す Poisson 方程式によって算出する。

$$\nabla^2 P = -\frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ (U_j - \dot{x}_j) \frac{\partial U_i}{\partial x_i} \right\} + \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ \nu_t \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \right\} \right] + \frac{\nabla_i U_i}{\Delta t} \quad (8)$$

Bluff body まわりの流れ場を精度よく再現するために

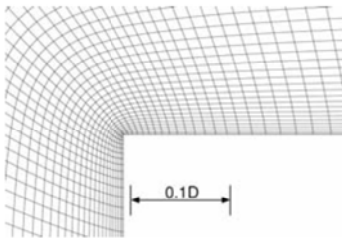


図-2 物体近傍の解析格子

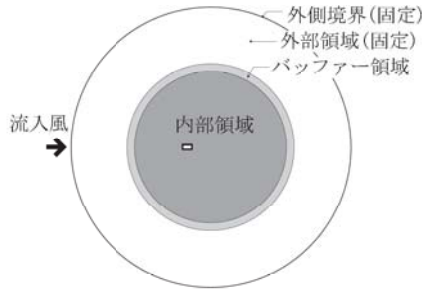


図-3 解析領域の概念図

は、剥離せん断層を忠実に解像する必要がある。このために境界適合格子を用い、物体近傍に格子を集中させた。

以上の方程式系を一般座標系により定式化し差分法により解く。解法は MAC 法¹⁷⁾に準じるが、従属変数の配置はレギュラー配置、すなわちすべての従属変数を格子点上に配置した。流速成分の輸送方程式の移流項には三次精度風上差分¹⁸⁾を、 k と ε の輸送方程式の移流項には一次精度風上差分をそれぞれ用いた。時間に関しては Euler の陰解法を用いた。この際、移流項は線形化して扱った¹⁸⁾。解析格子は O 型格子により生成し、格子点数は $320 \times 200 = 64,000$ 点である。物体が振動する場合、解析領域は物体に近い内部領域と物体から離れた外部領域に分けた。外部領域は固定し、内部領域を物体とともに動かすようにした。外部領域と内部領域の間にはバッファ領域を設け、この部分で内部領域と外部領域の格子を接続するようにした。解析の Reynolds 数は $Re = U_0 D / \nu = 2.2 \times 10^4$ とした。解析では Reynolds 数を一定とするために、無次元風速 $U_r = U_0 / (fB)$ ($f = f_m$: 強制振動の場合, $f = f_0$: 自由振動の場合) は振動数スweepにより変化させた。

(2) 強制振動法

a) 非定常空気力

以上に示した流体解析を用いて、一様流中において解析モデルに鉛直たわみおよびねじれの各 1 自由度で周期的な強制振動を数値的に与えることを考える。い

ま強制振動変位が以下のように表されるものとする。

$$h(t) = h_0 \sin \omega_m t \quad (9)$$

ここに $h(t)$ は強制変位を、 h_0 は加振振幅をそれぞれ表すが、第 4 章では鉛直たわみを、第 5 章ではねじれ変位を表すものとする。また、 ω_m は強制加振の加振円振動数 ($= 2\pi f_m$) を表す。このとき空気力の主たる成分は渦放出成分と、加振に伴う加振振動数成分である。この内、後者は加振変位の位相に対して位相差 β を持ち、以下のように表すことができる。

$$F_m(t) = F_0 \sin(\omega_m t + \beta) \quad (10)$$

ここに F_m は非定常空気力を表し、第 4 章では揚力を、第 5 章では空力モーメントを表すものとする。 F_0 は非定常空気力の振幅である。 F_0 と β は解析によって得られた空気力時系列のフーリエ展開により以下のように得られる。

$$F_0 = \sqrt{F_{mI}^2 + F_{mR}^2}, \quad \beta = \tan^{-1} F_{mI} / F_{mR} \quad (11a)$$

$$\{F_{mI}, F_{mR}\} = \frac{2}{T} \int_0^T F_m(t) [\cos \omega_m t, \sin \omega_m t] dt \quad (11b)$$

ここに、 $T = N / f_m$ ($N \geq 1$: 整数)。また、加法定理により非定常空気力は以下のように分解できる。

$$F_m(t) = F_{mR} \sin \omega_m t + F_{mI} \cos \omega_m t \quad (12a)$$

$$F_{mR} = F_0 \cos \beta, \quad F_{mI} = F_0 \sin \beta \quad (12b)$$

式 (12a) の右辺第 1 項は強制加振変位と同相成分、第 2 項目は強制加振速度と同相成分と呼ぶ。

この内、速度と同相成分 F_{mI} は振動の安定性に重要な意味を持つ。上記の非定常空気力が構造物断面に作用しているとする、

$$\begin{aligned} m\ddot{h} + c\dot{h} + kh &= F_m(t) \\ &= F_{mR} \frac{h}{h_0} + F_{mI} \frac{\dot{h}}{\omega_m h_0} \end{aligned} \quad (13)$$

右辺第 2 項は運動方程式中で左辺の減衰力項と同位相となるので、空力減衰項とも呼ばれ、 $F_{mI} > 0$ で $\beta = 90^\circ$ 付近のときに構造減衰による正減衰力を低下させる方に働くことから空力負減衰と呼ばれる。一方、変位と同相成分は復元力項と同位相となるので、空力剛性項と呼ばれる。以下、本論文ではこれらの空気力成分は係数の形で鉛直たわみ加振、ねじれ加振に対してそれぞれ以下のように表す。

$$C_{LR} = \frac{L_{mR}}{\frac{1}{2}\rho U^2 B}, \quad C_{LI} = \frac{L_{mI}}{\frac{1}{2}\rho U^2 B^2} \quad (14a)$$

$$C_{MR} = \frac{M_{mR}}{\frac{1}{2}\rho U^2 B^2}, \quad C_{MI} = \frac{M_{mI}}{\frac{1}{2}\rho U^2 B^2} \quad (14b)$$

ここに、 L_{mR} , L_{mI} は単位長さあたりの非定常揚力の強制加振変位と同相成分および速度と同相成分を、 M_{mR} , M_{mI} は単位長さあたりの非定常空力モーメントの強制加振変位と同相成分および速度と同相成分である。以

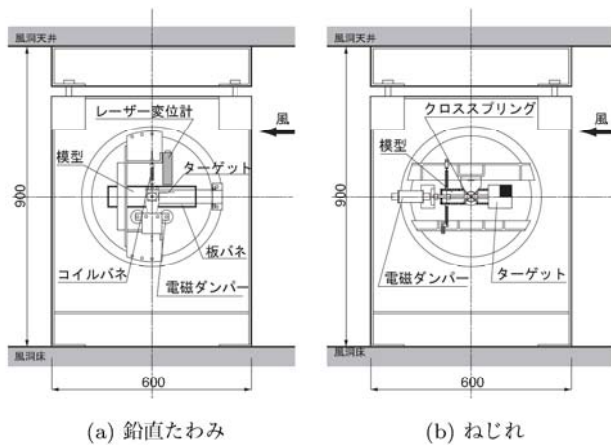


図-4 自由振動実験装置

上の定義から分かるように非定常空気力係数は加振振動数と加振振幅の関数である。

b) 非定常風圧力

空気力は側面に作用する変動風圧力の積分によって得られる。したがってこの変動風圧力に対しても上記と同様の考え方が適用でき、式(10)の非定常空気力 $F_m(t)$ を非定常風圧力 $p_m(t)$ に読み換えれば、以下のように非定常風圧係数が定義される。

$$C_{pR} = \frac{p_{mR}}{\frac{1}{2}\rho U^2}, \quad C_{pI} = \frac{p_{mI}}{\frac{1}{2}\rho U^2} \quad (15a)$$

$$|C_{pm}| = \sqrt{C_{pR}^2 + C_{pI}^2} \quad (15b)$$

$$p_{mR} = p_0 \cos \beta_p, \quad p_{mI} = p_0 \sin \beta_p \quad (15c)$$

ここに、 p_{mR} 、 p_{mI} は単位面積あたりの非定常風圧力の強制加振変位と同相成分および加振速度と同相成分を、 C_{pR} 、 C_{pI} は非定常風圧力係数の強制加振変位と同相成分および加振速度と同相成分である。非定常風圧係数は空力的な加振源の空間的な分布情報を与え、非定常風力係数と同様に、非定常風圧係数 $C_{pI} > 0$ で $\beta_p = 90^\circ$ 付近のときは側面上で加振力となることを表す。また非定常風圧係数は非定常空気力係数と同様、加振振動数と加振振幅の関数である。

3. 自由振動実験方法

数値解析結果の検証のために、鉛直たわみ1自由度およびねじれ1自由度の二次元自由振動実験を行った。図-4にはそれぞれの自由度で用いた振動実験装置を示す。運動の自由度は鉛直たわみの実験では板バネで、ねじれの実験ではクロススプリングによって与えた。減衰は電磁ダンパーによって付与した。鉛直たわみ変位の計測はレーザー変位計により行った。回転角変位は光学式変位計により鉛直方向変位を計測し、ターゲットと回転中心の距離により回転角を求めた。ねじれの

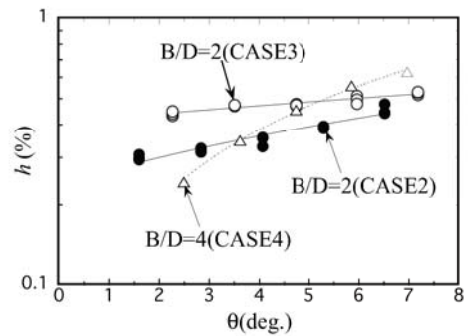
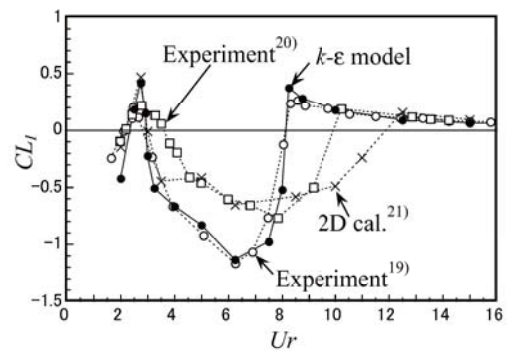
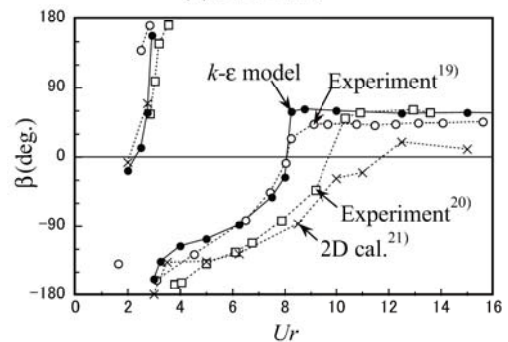


図-5 減衰定数の振幅による変化 (ねじれ自由振動時)



(a) 速度同相成分



(b) 加振変位との位相差

図-6 $B/D=2$ 鉛直たわみ強制振動時 (加振振幅 $0.1D$) の非定常空気力係数

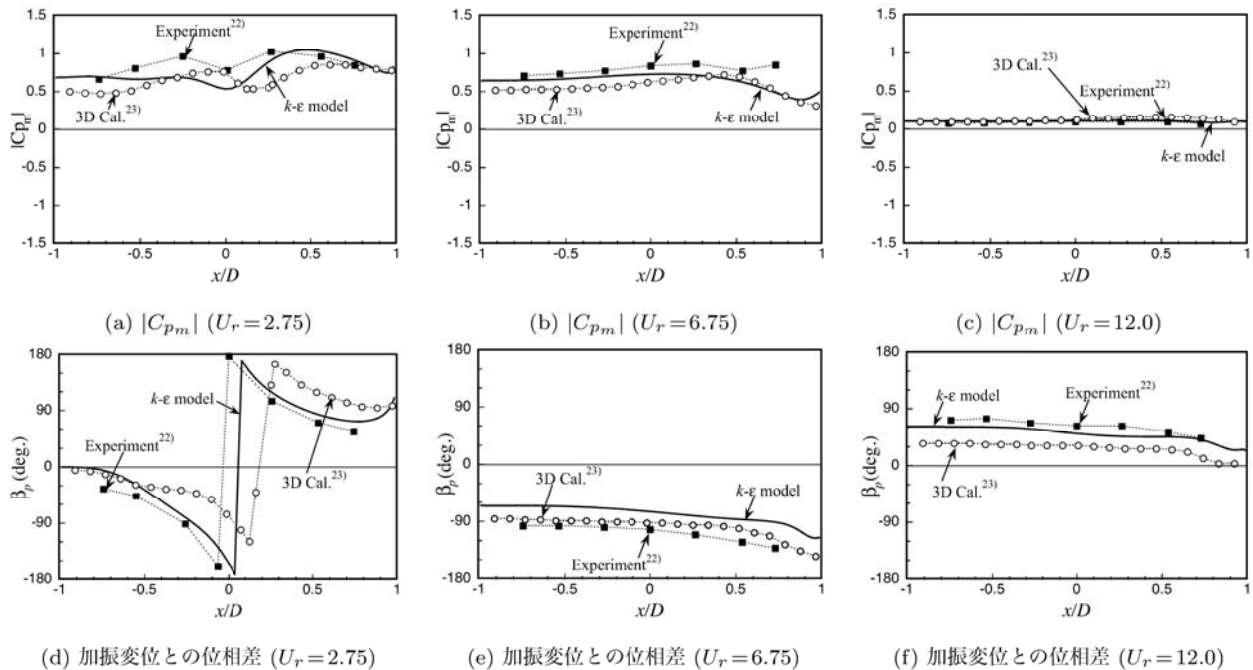
実験結果はいずれのケースでも sinusoidal な変動を示したが、本論文では実験結果の振幅値は標準偏差を $\sqrt{2}$ 倍して示す。実験は可能な限り小さな慣性モーメントおよび減衰のもとで行った。模型の材質はバルサ製、長さは $H = 0.3m$ でその両端にアルミ製の端板を取り付けてある。表-1 および表-2 には実験で利用した模型の構造諸元を示す。ここで、 $B/D=4$ の場合は流れ方向長さ B に対するスパン方向長さ H の比は $H/B = 2.5$ であり、スパン方向長さが比較的短い模型となっている。図-5にはねじれの実験時の減衰定数の振幅依存性を示す。振幅が大きくなると減衰定数の若干の増加が見られる。

表-1 鉛直たわみ 1 自由度振動実験の構造諸元

CASE	B/D	$B \times D \times H(\text{mm})$	$f_0(\text{Hz})$	$m(\text{kg})$	$h(\%)$	S_c
1	4	$120 \times 30 \times 300$	10.3	0.256	0.13	3.2

表-2 ねじれ 1 自由度振動実験の構造諸元

CASE	B/D	$B \times D \times H(\text{mm})$	$f_0(\text{Hz})$	$I(\text{kgm}^2)$	$h(\%)$	S_c
2	2	$80 \times 40 \times 300$	21.5	5.09×10^{-4}	0.29~0.44	4.9~7.5
3	2	$80 \times 40 \times 300$	9.175	3.12×10^{-3}	0.44~0.52	45.8~54.1
4	4	$120 \times 30 \times 300$	19.15	6.91×10^{-4}	0.24~0.63	4.4~11.5

図-7 $B/D=2$ 鉛直たわみ強制振動時 (加振振幅 $0.1D$) の非定常風圧特性表-3 $B/D=2$ 鉛直たわみ自由振動時の構造諸元

	S_c	Mass Ratio $\frac{2m}{\rho BDH}$	Logarithmic damping
Experiment ²⁴⁾	3.0	750	0.0040
Experiment ²⁵⁾	1.6	302	0.0053
$k-\varepsilon$ model	2.0	500	0.0040

4. 鉛直たわみ 1 自由度振動

(1) $B/D=2$ 断面の非定常空気力

$B/D=2$ の矩形断面柱は時間平均的には完全剥離型に属するが、剥離せん断層の側面への非定常な再付着を伴うことから再付着型にも属する。したがってその空力弾性挙動ではそれぞれに特徴的であるギャロピングおよび 1 せん断層不安定型渦励振を呈し、数値計算によって空力弾性振動を再現する上でも興味ある辺長比

であるといえる。図-6 には鉛直たわみの強制振動 (加振振幅 $0.1D$) による非定常空気力を示す。1 せん断層不安定型渦励振が発現する $U_r=2.5$ 近辺と Karman 渦型渦励振からギャロピングへ移行する領域の $U_r > 7.5$ で加振振動数成分の速度同相成分は正になって振動発現の可能性を示し、既往の実験結果^{19);20)}とも整合している。

同図には乱流モデルを用いない二次元解析による結果²¹⁾も示す。 $U_r=2.5$ の渦励振発生近傍では実験値を

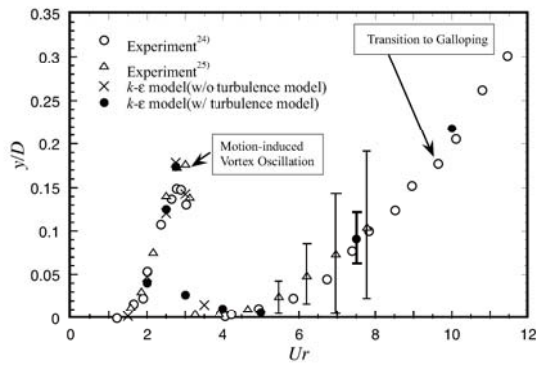


図-8 $B/D=2$ 鉛直たわみ自由振動の無次元応答振幅の無次元風速による変化

再現しているものの、それ以上の無次元風速域では実験値と一致しない。

図-7には $U_r=2.75$, 6.75 および 12.0 のときの側面上の非定常風圧特性を示す。 $U_r=2.75$ では C_{pI} は風上側 ($x/D < 0$) で $C_{pI} < 0$, 風下側 ($x/D > 0$) で $C_{pI} > 0$ となっており風上側が減衰力, 風下側が励振力となっている。 $U_r=6.75$ では側面全体で $C_{pI} < 0$ となり, 加振振幅 $y_0/D=0.1$ では断面には減衰力が作用することがわかる。 $U_r=12$ では $C_{pI} \approx 0$ となり, $U_r=6.75$ よりはやや回復し, ギャロピング発現の兆候が現れる。図中には強制加振実験結果²²⁾および三次元解析結果²³⁾との比較を示すが, 本解析結果はこれらと同様な傾向を示している。

(2) $B/D=2$ 断面の鉛直たわみ 1 自由度自由振動

渦励振は Scruton 数 ($S_c = 2m/(\rho BDH) \cdot 2\pi h$, H : スパン方向長さ, m : 質量, h : 減衰定数, ρ : 空気密度) によって整理可能であるが, ギャロピングの応答振幅は準定常理論²⁾によれば質量比にも依存する。したがって渦励振からギャロピングに至る一連の比較を行うためには, 質量比と減衰定数がそれぞれ明らかである必要がある。解析結果は表-3 に示す実験結果^{24),25)}と比較した。図-8には鉛直たわみ 1 自由度弾性支持された場合の応答解析結果および既往の実験結果を無次元風速と無次元振幅 y/D の関係について示す。図-9には主な無次元風速における最大振幅時の瞬間渦度場を, また図-10には振動時風力と振動の時系列を示す。

図-10(a)には $U_r=2$ における静止状態から定常状態にいたるまでの応答と空気力の変化を示す。揚力の変動に着目すると, はじめは Strouhal 数成分の変動をしているが, $tU_0/D=275$ 付近で振動数成分が混在し始め, $tU_0/D=450$ 付近では Strouhal 数成分が完全に消失し固有振動数成分のみになっている。渦放出は振動周期に同期しており, 流れのパターン(図-9(b))は静止時(図-9(a))とは全く異なる様相を呈している。 $U_r=2.75$

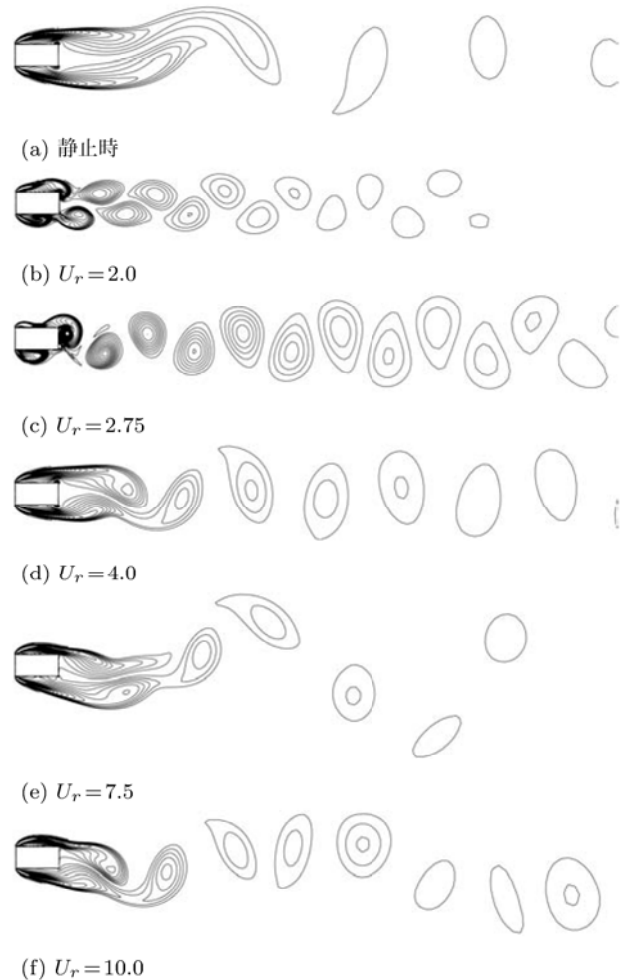
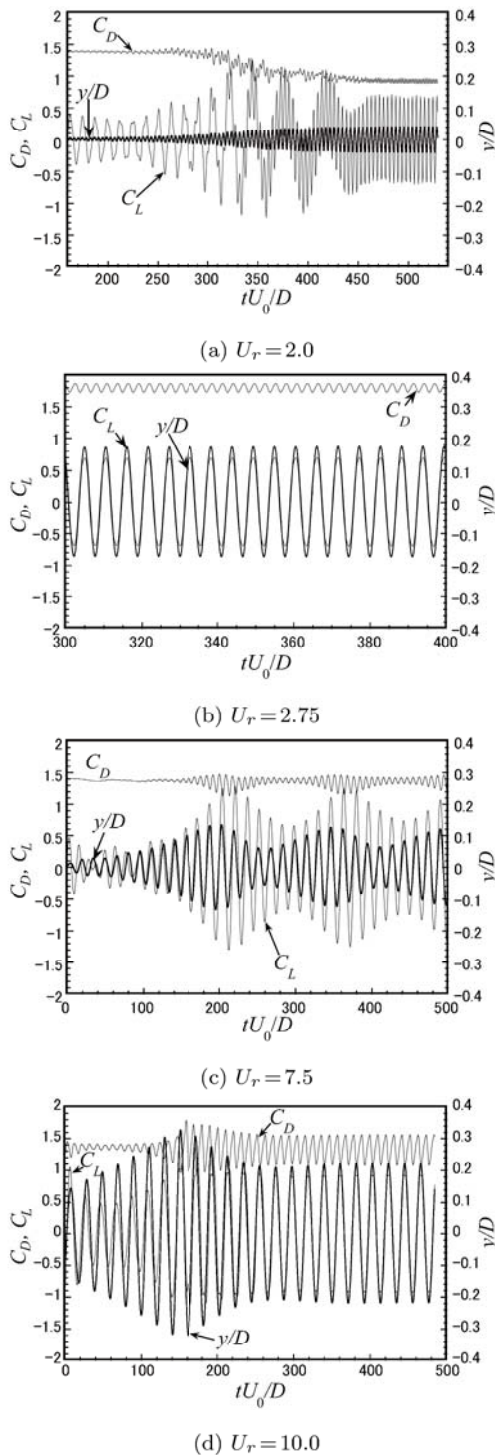


図-9 $B/D=2$ 鉛直たわみ自由振動時の瞬間渦度 (b~f は最大振幅時)

では 1 せん断層不安定型渦励振の振幅が最大となる。この時の揚力変動は正弦波状である(図-10(b))。また, 平均抗力は静止時に比べて大きく, 背圧変動も大きい。これは後縁で形成される強い渦度を持つ後縁二次渦が存在するためである(図-9(c))。この渦は角柱前縁からの側面流下渦と融合し後流に放出されている様子がみられるが, このような流れのパターンは既往の研究⁴⁾と一致する。 $U_r=4$ では渦放出は振動に同期しなくなり振幅は小さくなる。しかし流れのパターンは静止時とは異なり, 依然振動周期に応じて渦が放出されている(図-9(d))。 $U_r=5$ 付近から再び応答が立ち上がっているが, この無次元風速は $S_t=0.085$ の逆数で求まる渦励振の共振風速にほぼ対応することから, Karman 渦型の渦励振であると考えられる。 $U_r=7.5$ では固有振動数と揚力の Karman 渦成分の振動数とが近く, 振動波形にはビートが見られる(図-10(c))。このとき図-8には解析によって得られた振幅の変動幅も示すが, 実験結果²⁵⁾にもこの領域では振幅が変動する様子が示されている。 $U_r=10$ では応答はさらに大きくなる。本解析


 図-10 $B/D=2$ 鉛直たわみ自由振動時の時系列波形

では Scruton 数が小さいため、渦励振はそのままギャロピングに移行しているものと考えられる。ギャロピング時では渦励振時とは異なり、側面上での前縁剥離渦の強い巻き込みはなく、剥離せん断層の揺動が空気の力の生成にとって重要になっているものと考えられる(図-9(f))。

(3) $B/D=4$ 断面の非定常空気力

$3 \leq B/D \leq 6$ の矩形断面は周期的再付着型断面に属する。本節ではたわみ振動において、複数の励振が現れる周期的再付着型断面に特徴的な空力現象が数値流体解析によって再現されるかを検証する。

図-11には強制振動時(加振振幅 $0.02D$)における非定常空気力の解析結果と既往の実験結果^{19),20)}の比較を示す。図-11(a)では $U_r=1$ 付近および $U_r=1.75$ 付近で非定常空気力の速度同相成分は $C_{L_I} > 0$ となっている。解析結果は既往の実験結果に比較して C_{L_I} がピークを示す部分および C_{L_I} の低次元風速部分が大きめの値を与えているが、位相差も含めて実験結果の全体的な傾向を再現している。

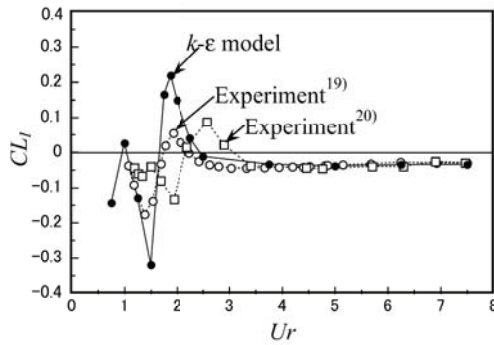
図-13には側面上の非定常風圧分布を示す。速度同相成分 C_{p_I} は $U_r=1$ および $U_r=2$ の場合について $C_{p_I} > 0$ かつ $\beta_p \approx 90^\circ$ となる部分、すなわち風圧力が励振源となる部分があることが認められる。ただし $U_r=1$ では $C_{p_I} < 0$ となる部分とのキャンセルにより励振力としては $U_r=2$ に比べて小さい。一方、 $U_r=7.5$ では $C_{p_I} > 0$ となる部分が存在しない。同図(b)を見ると $U_r=1$ のときは $x/D = -0.65$ と 1.3 の2箇所に位相差が 90° となる部分がある。図-12に示す瞬間渦度場を見ると、このことに対応して上下どちらかの側面上には常に2つの明瞭な渦が存在することがわかる。 $U_r=2$ では、位相差が 90° となる部分は $x/D = 1.5$ の1箇所であり、主たる励振力はこの部分で生成されている。図-12に示す流れ場を見ると、これに対応して側面上には大きな渦が1つ存在することがわかる。位相差分布から、これらの渦が側面上を流下するのに要する時間は、 $U_r=1$ の場合振動2周期、 $U_r=2$ の場合はおよそ振動1周期であることがわかる。

(4) $B/D=4$ 断面の鉛直たわみ1自由度自由振動

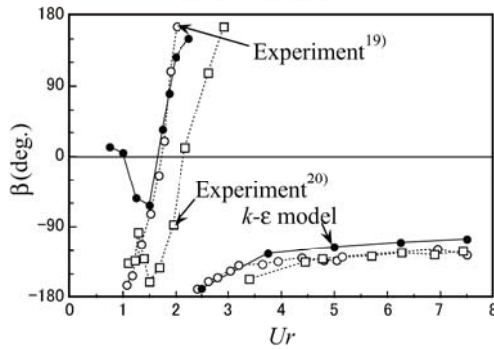
図-14には $B/D=4$ 鉛直たわみ自由振動時における解析結果と本実験結果および既往の実験結果^{19),22)}の比較を示す。図には $U_r=1$ と $U_r=1.75$ 付近に発振風速をもつ応答の励起が見られる。これらの発振風速は、予測式⁴⁾ $U_r=0.83$ および $U_r=1.67$ に対応する。したがってこれらは1せん断層不安定型の渦励振である。また励振域は図-11(a)に示す強制加振時の速度同相成分 $C_{L_I} > 0$ となる部分に対応している。一方、 $U_r > 2.75$ では振動は発現しない。これは強制振動の速度同相成分がこの領域では負値を示すことと対応する。

5. ねじれ1自由度振動

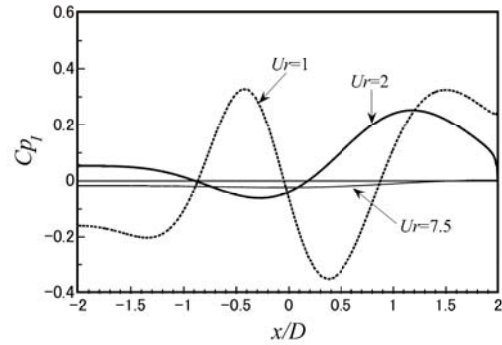
本章では $B/D=2$ と $B/D=4$ のねじれ振動の非定常空力モーメントおよび自由振動の再現性について検討



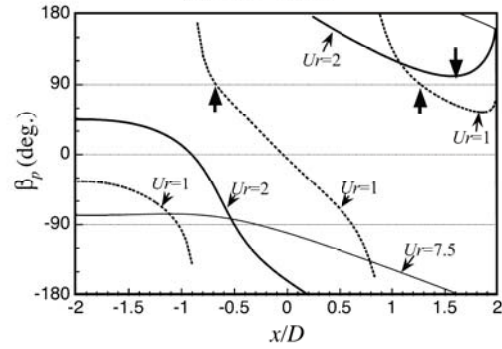
(a) 速度同相成分



(b) 加振変位との位相差



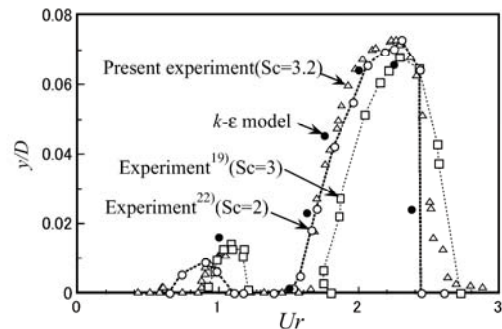
(a) 速度同相成分



(b) 加振変位との位相差

 図-11 $B/D=4$ 鉛直たわみ強制振動時 (加振振幅 $0.02D$) の非定常空気力係数

 図-13 $B/D=4$ 鉛直たわみ強制振動時 (加振振幅 $0.02D$) における非定常風圧力の解析結果

 図-12 $B/D=4$ 鉛直たわみ強制振動時の瞬間渦度場 (加振振幅 $0.02D$, 最大揚力時)

 図-14 $B/D=4$ 鉛直たわみ自由振動時における解析結果と実験結果の比較

する。

(1) $B/D=2$ 断面の非定常空力モーメント

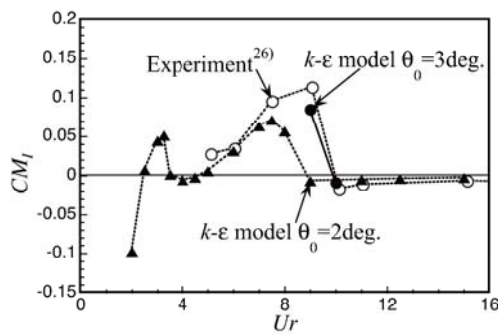
図-15には $B/D=2$ 断面のねじれの非定常空力モーメントと無次元風速の関係を示す。 C_{M_I} を見ると $U_r=3$ 付近と $U_r=7.5\sim 9$ 付近の2箇所に励振域がある。文献²⁶⁾の実験結果は加振振幅が 2° との記載があるが、同図 (a) には参考までに加振振幅を 3° とした場合の解析結果も示す。

図-16には次式で表される側面上の単位面積あたりの無次元仕事 W_r の分布を示す。

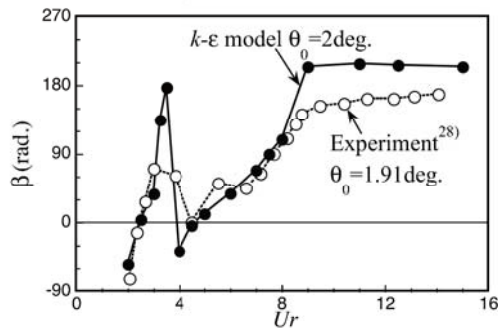
$$W_r = -\frac{\pi x}{D} \sin \theta \cdot |C_{p_m}| \sin \phi_m \quad (16)$$

同図 (a) に示す $U_r=3$ の無次元仕事の分布では側面の中心より風下部分 ($x/D > 0$) で $W_r > 0$ となっており、この部分が励振力となっている。同図には比較のために風洞実験結果²²⁾および三次元数値解析結果²⁷⁾も示すが、本解析はこれらと定量的にもよく一致している。

図-16(b)には $U_r=5$ および $U_r=11$ における無次元仕事の分布を示す。図には文献²⁶⁾の風洞実験結果との比較を示す。解析では加振振幅を 3° として比較を行った。 $U_r=5$ と $U_r=11$ は C_{M_I} の変化 (図-15(a)) から、いずれの場合もトータルの励振モーメントとしてはその値は小さい。一方、図-16(b)に示す無元仕事の分布から見ると $U_r=5$ は風上側が減衰力に、風下側が励振力となるが、 $U_r=11$ では逆に風上側が励振力に、風



(a) 加振速度同相成分



(b) 加振変位との位相差

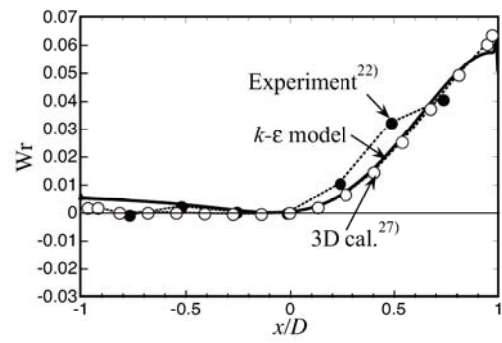
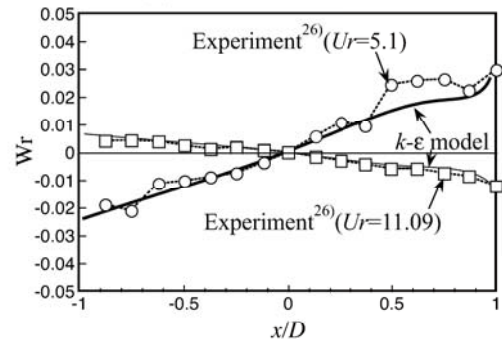
 図-15 $B/D=2$ ねじれ強制加振時の非定常空気力係数

 (a) $U_r=3$ (加振振幅 2°)

 (b) $U_r=5\sim 11$ (加振振幅 3°)

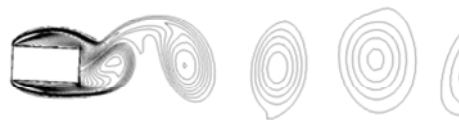
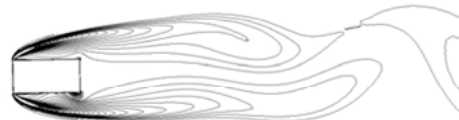
 図-16 $B/D=2$ ねじれ強制振動時の無次元仕事の分布

 (a) $U_r=3.25$

 (b) $U_r=11.25$

 図-17 $B/D=2$ ねじれ強制振動時の渦度 (加振振幅 3.82°)

下側が減衰力となっている。しかしいずれの場合も励振力部分を積分した量と減衰力部分を積分した量はほぼ同じなので互いに打ち消し合い結果的にトータルの励振モーメントは小さい。解析結果は以上のような無次元風速に伴う無次元仕事の変化もよく再現している。

図-17には $U_r=3.25$ と $U_r=11.25$ について解析から得られた瞬間渦度場を示す。励振モーメントが発生している $U_r=3.25$ では断面風下側で渦が巻き込まれているのに対し、励振モーメントがほとんど生じていない $U_r=11.25$ では渦の巻き込みは弱くかつ物体から遠い。

(2) $B/D=2$ 断面のねじれ 1 自由度自由振動

図-18には $B/D=2$ 断面のねじれ 1 自由度自由振動時の解析結果と本実験結果の比較を示す。図-18(a)には、Scruton 数 ($S_c = 2I/(\rho B^2 D^2 H) \cdot 2\pi h$, H : スパン方向長さ, I : 慣性モーメント, h : 減衰定数, ρ : 空気密度) が小さい場合を、図-18(b)には Scruton 数が大きい場合をそれぞれ示す。図-5 に示したように実験の減衰定数には振幅依存性が見られたが、解析では

$S_c=5.5$ ($h=0.325\%$), $S_c=50$ ($h=0.44\%$) で一定とした。図-18(a)の実験結果を見ると $U_r=2.75$ で渦励振が、 $U_r=5.25$ でねじれフラッターの発現が見られるが、解析結果はこれらを定量的にも再現している。図-18(b)では $U_r=6$ および $U_r=9.5$ に発振風速をもつ 2 つの応答が見られる。図中に番号により応答の軌跡を示す。1 から風速を上げていき 4 となり、その後応答は風速を上げて発達しない。6→7 の応答は、初期振幅 5 を与えることによって得られたものである。解析でも初期振幅として $\theta_0=3.82^\circ$ を与えた。7 まで進んだ後、緩やかに振動は減衰する。

$U_r > 7$ の高無次元風速領域において、振幅が小さいと加振モーメントが小さくなる領域があることは、文献^{27),29)}にも示されている。ある程度大きな初期振幅を与えないと応答が発達しないのはこのためである。また、振動が風速限定型に見えるのは、応答の軌跡がこの領域にさしかかると励振モーメントが小さくなるためと考えられる。

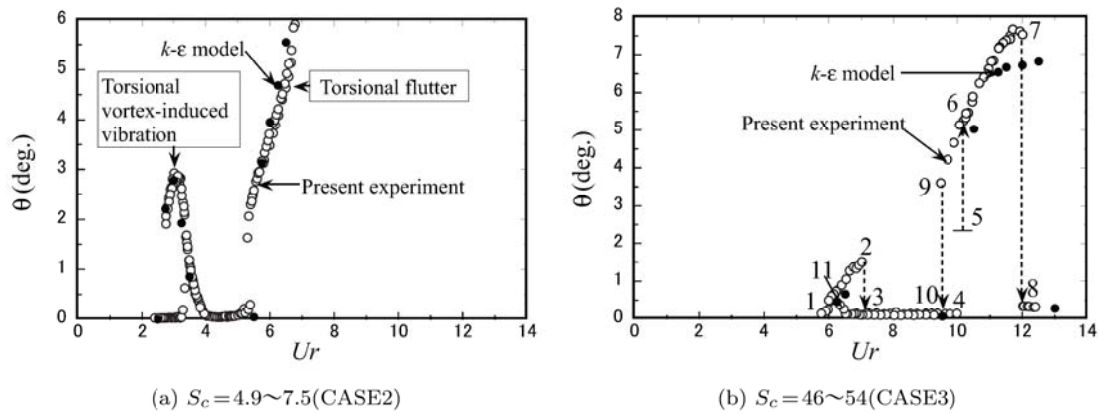
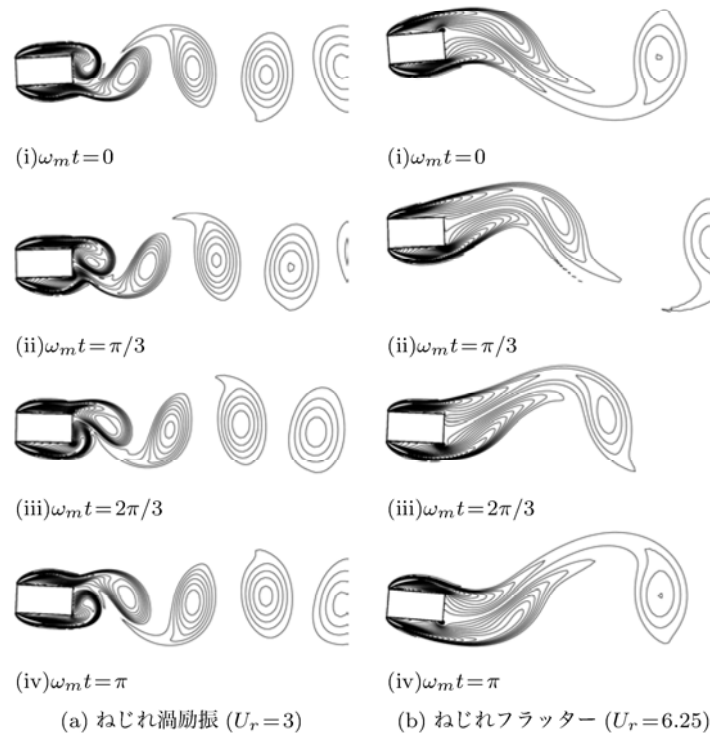
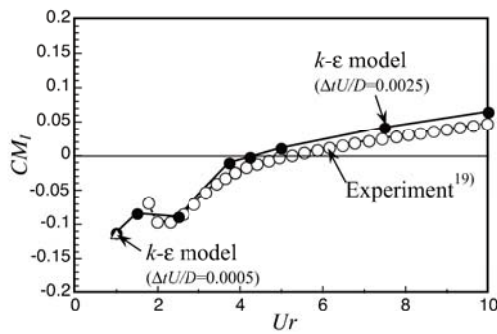

 図-18 $B/D=2$ ねじれ自由振動時の解析結果

 図-19 $B/D=2$ ねじれ自由振動時の流れ場 (瞬間渦度)

図-19 にはねじれ振動時の瞬間渦度コンターを示す。渦度コンターを見ると、渦励振時には断面の背後に渦が巻き込んでおり、その渦が順次後流に放出されているパターンが見られる。一方、ねじれフラッター時には渦励振時とは異なり、明瞭な巻き込みはなく、断面から遠い位置で渦が形成され順次放出されているパターンが見られる。

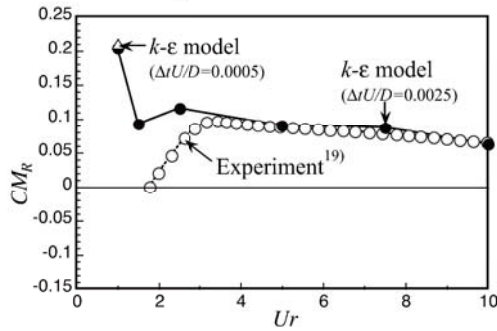
(3) $B/D=4$ 断面の非定常空力モーメント

本節では周期的再付着型の代表断面として $B/D=4$ のねじれ振動について示す。図-20 にはねじれ強制振動時の非定常空力モーメント係数を示す。解析での加振振幅は Washizu et al. の実験結果¹⁹⁾にあわせて $\theta_0=3.82^\circ$

とした。 C_{M_I} は $U_r > 5$ において正の値を示しておりねじれフラッターの発現の可能性を示している。本解析結果は速度同相成分に関しては無次元風速の全般で実験値を再現している。一方、 C_{M_R} については $U_r < 3$ で実験結果とのずれが見られる。本解析は無次元風速の増減に関しては風速を一定とし、振動数を変化させることにより設定を行っているため、低無次元風速になるほど加振周期は短くなる。したがって解析における時間刻みの影響が考えられる。同図には無次元時間刻みを通常の $1/5$ ($\Delta t U_0/D=1/2000$) にした場合の解析結果を $U_r=1$ について Δ で示すが、 C_{M_R} の値はほとんど変わっていない。したがって低無次元風速域における実験結果との差異は時間刻みの細かさによる影響で



(a) 速度同相成分



(b) 変位同相成分

 図-20 $B/D=4$ ねじれ強制振動時 (加振振幅 3.82°) の非定常空気力係数

はないと考えられる。図には示していないが、 $B/D=2$ についても同様な傾向が見られた。また三次精度風上差分のみを用いた二次元解析による $B/D=5$ の強制加振解析の文献³⁰⁾でも同様な傾向が現れている。本解析では低無次元風速域においては側面上に非常に強い渦度を有する前縁剥離渦が見られるがこの際の拡散効果が十分でないためとも考えられるが、この点については今後検討が必要なものと思われる。図-21 にはねじれの渦励振のピーク ($U_r=1.42$) 時の非定常風圧分布の解析結果 (加振振幅は $\theta_0=0.52^\circ$) を示す。本解析結果は風洞実験結果³¹⁾および三次元解析²⁷⁾の結果を再現している。

(4) $B/D=4$ 断面のねじれ 1 自由度自由振動

図-22 には $B/D=4$ のねじれ 1 自由度の自由振動時の本解析結果と本実験結果の比較を示す。図-5 に示したように実験の減衰定数には振幅依存性が見られたが、解析では減衰定数は、 $h=0.283\%$ ($S_c=2I\delta/(\rho B^2 D^2 H)=5.3$) で一定とした。解析結果は $4 < U_r < 5$ の部分で応答の立ち上がり方が実験結果とやや異なる以外は、渦励振 ($U_r=1.25$) と、ねじれフラッター ($U_r=4$) を再現している。

図-23 には渦励振時およびねじれフラッターの自由振動時の振動 0.5 周期間の瞬間渦度を示す。渦励振時では風下部隅角部に後縁二次渦の形成が明瞭に認めら

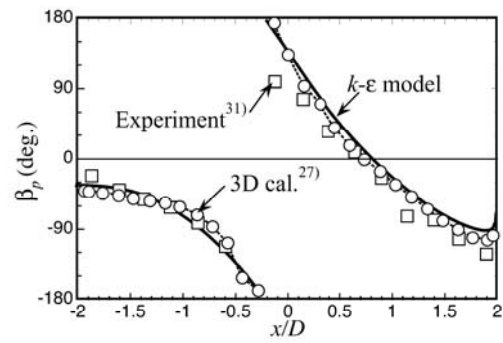
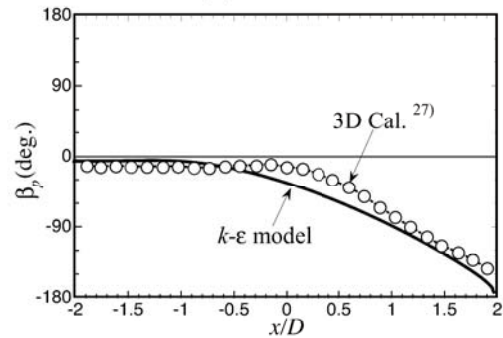
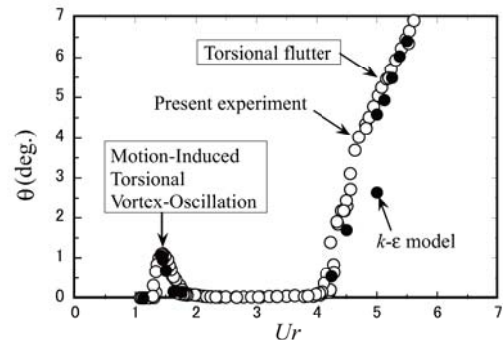
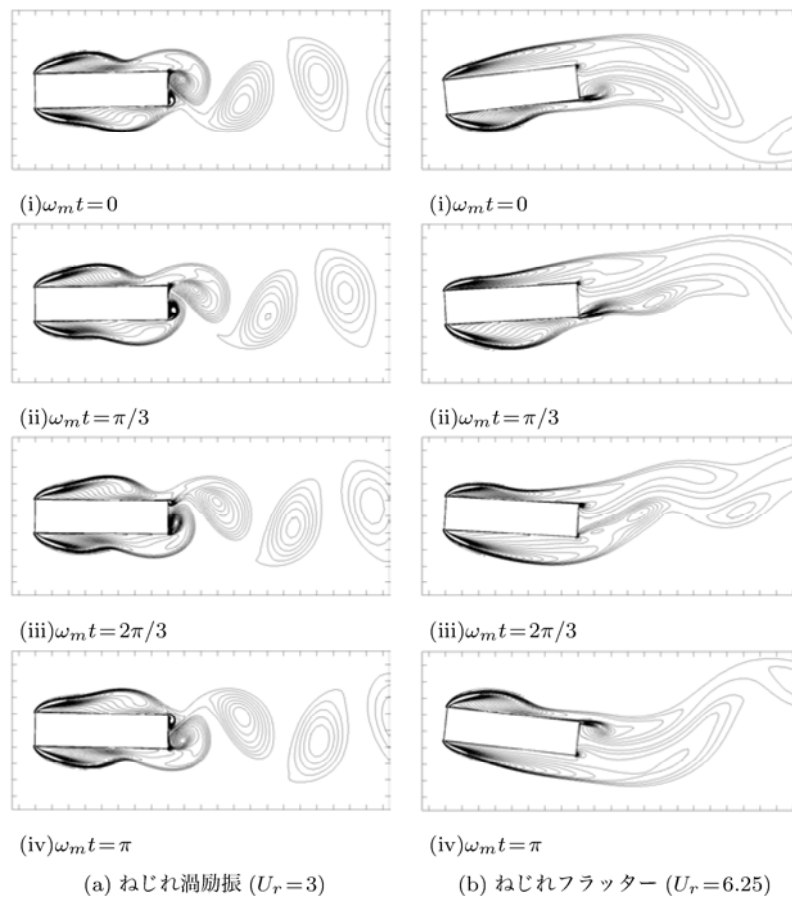

 (a) $U_r=1.42$

 (b) $U_r=6$

 図-21 $B/D=4$ ねじれ強制振動時 (加振振幅 0.52°) の加振変位との位相差の側面上の変化

 図-22 $B/D=4$ ねじれ自由振動時の無次元応答振幅の無次元風速による変化

れ、前縁で剥離し側面を流下した渦と後縁二次渦とが振動 1 周期を要して規則的に融合し後流に放出されているパターンが認められる。ねじれフラッター時では、断面が頭上げに移行する過程で前縁で剥離バブルの形成が始まり、次第に側面全体に及ぶ大きさに発達していく様子が見られる。

6. 結論

本論文では構造基本断面として完全剥離型断面の $B/D=2$ および周期的再付着型断面の $B/D=4$ の矩形断面の一樣流中の鉛直たわみ 1 自由度およびねじれ 1 自由度振動に関して二次元非定常 $k-\varepsilon$ モデルを用い


 図-23 $B/D=4$ ねじれ自由振動時の瞬間渦度

た数値流体解析によりそれらの空力不安定振動の再現を試み、発振風速および応答振幅の予測における適用性の検討を行った。その結果は以下のようにまとめられる。

- (1) 渦励振に関しては $B/D=2$ および $B/D=4$ のいずれの断面でも、鉛直たわみ、ねじれの両自由度ともに発振風速および応答振幅を定量的にも精度よく予測することが可能である。
- (2) ねじれの発散振動であるねじれフラッターに関しては、 $B/D=2$ および $B/D=4$ のいずれの断面でも、発振風速に関しては定量的にも精度よく予測することが可能である。応答振幅に関しては概ね再現することができるが、一部、実験結果と整合しない部分が見られた。
- (3) 鉛直たわみの発散振動であるギャロピングに関しては、本論文では渦励振からの移行領域（無次元風速 $U_r = 12$ ）までしか検証していないものの、比較的小さな質量減衰比において実験結果を再現することが可能である。

本解析モデルの適用にあたっては、適用例が少ない現状では、基本的にはある対象の空力不安定現象の実験結果がある場合に、その実験結果も参考にしながら解

析を実施することが望ましいと考えられる。二次元計算であることの高速性を活かしてさまざまなパラメータを変えて計算を行うことで、空力不安現象を広範囲に捕らえることができる。さらに、実験では難しい、振動、流れ場、圧力、空気力の同時把握が可能のため、現象の理解をより深めることが可能である。このようなことから、本解析モデルは、空気力学的な制振対策の最適化や検証に有効なものと思われる。解析の精度を左右する要因として、モデルパラメータと空間分解能の設定があるが、モデルパラメータは標準 $k-\varepsilon$ モデルのままで、本論文で示した数の計算格子点数を確保した上で、壁面近傍の解像度を確保しておけば、本研究で示した程度の精度は得られるものと考えられる。

謝辞： 本研究にあたり松本勝京都大学名誉教授には有益なるご指導を賜りました。ここに記して謝意を表します。

付録 I 定義

f_0 : 固有振動数

f_m	: 加振振動数
h	: 減衰定数
$h(t)$	: 加振変位
m	: 質量
x	: 流れ方向座標
y	: 鉛直たわみ変位
B	: 流れ方向長さ
C_{pI}	: 非定常風圧力係数の加振速度同相成分 (式 (15) 参照)
C_{pR}	: 非定常風圧力係数の加振変位同相成分 (式 (15) 参照)
C_{LI}	: 非定常揚力係数の加振速度同相成分 (式 (14) 参照)
C_{LR}	: 非定常揚力係数の加振変位同相成分 (式 (14) 参照)
C_{MI}	: 非定常空力モーメント係数の 加振速度同相成分 (式 (14) 参照)
C_{MR}	: 非定常空力モーメント係数の 加振変位同相成分 (式 (14) 参照)
D	: 見付幅
H	: スパン方向長さ
I	: 慣性モーメント
S_c	: スクルートン数 (質量減衰比) $= 2m/(\rho BDH) \cdot 2\pi h$ (鉛直たわみ) , $= 2I/(\rho B^2 D^2 H) \cdot 2\pi h$ (ねじれ)
U_0	: 流入風速
U_r	: 無次元風速 $= U_0/(f_0 B)$
W_r	: 無次元仕事 (式 (16) 参照)
β	: 非定常空気力と加振変位との位相差 (式 (12) 参照)
β_p	: 非定常風圧力の加振変位との位相差 (式 (15) 参照)
ρ	: 空気密度
θ	: 回転角変位

参考文献

- 1) Takeuchi, T. and Matsumoto, M. : Aerodynamic response characteristics of rectangular cylinders in tandem arrangement, *J. Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, Vol.41, pp.565-575, 1992.
- 2) Parkinson, G. V. and Wawzonek, M. A. : Some considerations of combined effects of galloping and vortex resonance, *J. Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, Vol.8, pp.135-143, 1981.
- 3) Tamura, Y. and Shimada, K. : A mathematical model for the transverse oscillations of square cylinders, Proc. of International Conference on Flow Induced Vibrations, Bowness-Windermere, England, 12-14, PAPER F4, pp.267-275, 1987.
- 4) 白石成人, 松本 勝: 充腹構造断面の渦励振応答特性に関する研究, 土木学会論文報告集, 第 322 号, pp. 37-50, 1982.6.
- 5) Kubo, Y., Hirata, K. and Mikawa, K. : Mechanism of aerodynamic vibrations of shallow bridge girder sections, *J. Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, Vol.42, pp.1297-1308, 1992.
- 6) 野村卓史: ALE 法に基づく粘性流体と構造との相関問題の有限要素解析手法, 土木学会論文集, Vol.416/I-13, pp.285-294, 1990.4.
- 7) 丸岡 晃, 渡邊 茂, 平野廣和: 扁平矩形断面の非定常空気力に関する数値流体解析, 土木学会第 56 回年次学術講演概要集 第 1 部 (b), pp.708-709, 2001.10.
- 8) 黒田眞一: 2 方程式乱流モデルを用いた長大橋非定常空気力の数値計算, 土木学会論文集, No.654/I-52, pp.377-387, 2000.7.
- 9) Shirai, S. and Ueda, T. : Aerodynamic simulation by CFD on flat box girder of super-long-span suspension bridge, *J. Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, Vol.91, pp.279-290, 2003.
- 10) 石原 孟, 嶋田健司, 山崎康嗣, 池田虎彦: 3 次元数値流体解析による斜張橋主桁断面の空力性能の予測, 構造工学論文集, Vol.52A, pp.611-620, 2006.3.
- 11) 田村哲郎, 伊藤嘉晃: 動力学特性値の変化による空力不安定振動の応答評価, 日本建築学会構造系論文集, 第 504 号, pp. 15-21, 1998.2.
- 12) 加藤真志: 修正生産項 $k-\varepsilon$ モデルを用いた静止・振動角柱周りの二次元流れ解析, 土木学会論文集, No.577/I-41, pp. 217-230, 1997.10.
- 13) 嶋田健司, 孟 岩: 種々の辺長比を有する矩形断面柱の空力特性評価に関する修正型 $k-\varepsilon$ モデルの適用性の検討, 日本建築学会構造系論文集, 第 514 号, pp.73-80, 1998.12.
- 14) Kato, M. and Launder, B. E. : The modeling of turbulent flow around stationary and vibrating square cylinders, Ninth symposium on "Turbulent shear flows", Kyoto Japan, 1993.
- 15) Norris, L.H. and Reynolds, W.C. : Rep. No. FM-10, Dept. of Mech. Engrg., Stanford University, Stanford, Calif., 1975.
- 16) Rodi, W. : Experience with two-layer models combining the $k-\varepsilon$ model with a one-equation model near the wall, AIAA-91-0216, 1991.
- 17) Harlow, F.H. and Welch, J.E. : Numerical calculation of time-dependent viscous incompressible flow with free surface, *Phys. Fluids*, Vol.8, pp.2182-2189, 1965.
- 18) Kawamura, T. and Kuwahara, K. : Computation of high Reynolds number flow past 2D square circular cylinder with surface roughness, AIAA paper 84-0340, 1984.
- 19) Washizu, K. and Ohya, A., Otsuki, Y. and Fujii, K. : Aeroelastic instability of rectangular cylinders in a heaving mode, *J. Sound and Vibration*, Vol.59, No.2, pp.195-210, 1978.
- 20) 溝田武人, 中村泰治: 矩形断面柱の非定常揚力と後流の速度変動について, 構造物の耐風性に関する第 3 回シンポジウム, pp. 201-208, 1974.12.
- 21) 嶋田健司: 扁平矩形断面柱の渦励振の数値解析, 日本機械学会論文集 (C 編), 第 61 巻, 585 号, pp.22-29, 1995.5.
- 22) Miyata, T., Miyazaki, M. and Yamada, H. : Pressure distribution measurements for wind induced vibrations box girder bridges, *J. Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, Vol.14, pp.419-430, 1983.
- 23) Tamura, T. and Itoh, Y. : Three-dimensional vortical flows around a bluff cylinders in unstable oscillations, *J. Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, Vol.67&68, pp.141-154, 1997.
- 24) 宮崎正男: 箱桁断面の空力不安定振動の抑制, 第 7 回風工学シンポジウム論文集, pp. 187-194, 1982.

- 25) Takeda, K. and Kato, M. : Wind tunnel blockage effects on drag coefficient and wind-induced vibration, *J. Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, Vol.42, pp. 897-908, 1992.
- 26) Matsumoto, M., Daito, Y., Yoshizumi, F., Ichikawa, Y. and Yabutani, T. : Torsional flutter of bluff bodies, *J. Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, Vol.69-71, pp.871-882, 1997.
- 27) 瀬戸強士, 伊藤嘉晃, 田村哲郎: ねじれ強制振動時における長方形柱の空力特性に関する 3 次元解析, 日本建築学会学術講演梗概集, B-I, 2009, pp.197-198, 1997.
- 28) 鷺津久一郎, 大屋明男, 大築志夫, 藤井邦雄: 箱型模型の空力弾性特性に関する風洞実験, 構造物の耐風性に関する第 4 回シンポジウム, pp.191-198, 1976.
- 29) Nakamura, Y. and Mizota, T. : Torsional flutter of rectangular prisms, ASCE, EM2, pp.125-142, 1975.
- 30) Tamura, T. and Kuwahara, K. : Numerical study on aerodynamic instability of oscillating rectangular cylinders, *J. Wind Engineering and Industrial Aerodynamic*, Vol.41, pp.253-254, 1992.
- 31) 白石成人, 松本 勝, 白土博通, 岸 明信: 充腹構造断面の剥離流特性と空力特性について, 京都大学防災研究所年報, 第 28 号 B-1, pp.389-406, 1985.

(2008. 4. 28 受付)

PREDICTABILITY OF UNSTEADY TWO-DIMENSIONAL $k-\varepsilon$ MODEL ON THE AERODYNAMIC INSTABILITIES OF BASIC STRUCTURAL CROSS-SECTIONS

Kenji SHIMADA and Takeshi ISHIHARA

It is well known that a bluff body cross-section exhibits various kinds of aeroelastic instabilities such as vortex induced vibration, galloping and torsional flutter. Since these cross-sections are used in a long span bridge and tall building, it is important to predict their occurrence in wind resistant structural design. In this paper, the authors made a series of comparisons of unsteady wind forces, unsteady pressure distributions and free vibration responses between the previously conducted studies and the unsteady two-dimensional unsteady $k-\varepsilon$ model for rectangular cross-sections with cross sectional ratio of 2 and 4 in a smooth uniform flow in order to verify computational predictability of aeroelastic instabilities. As a result, the computation could successfully predict the onset velocity and response of these aeroelastic instabilities.