

一様流中に置かれた正方形角柱の空気力特性の数値予測に関する研究

石原 孟¹・岡 新一²・藤野 陽三³

¹正会員 東京大学大学院助教授 工学系研究科総合研究機構(〒113-8656 東京都文京区弥生2-11-16)

E-mail: ishihara@bridge.t.u-tokyo.ac.jp

²正会員 フルーエントアジアパシフィック株式会社(〒160-0023 東京都新宿区西新宿6-10-1)

E-mail: oka@fluent.co.jp

³フェロー会員 東京大学大学院教授 工学系研究科社会基盤学専攻(〒113-8656 東京都文京区本郷7-3-1)

E-mail: fujino@bridge.t.u-tokyo.ac.jp

本研究は、一様流中に置かれた正方形角柱周りの空気力特性の迎角による変化をLESを用いて調べると共に、風洞実験の結果と比較してその予測精度を明らかにした。まず、平均空気力（抗力と揚力）、平均圧力係数、流れのパターンについては、風洞実験の結果を精度よく再現した。そして、変動空気力（抗力と揚力）と変動圧力係数については解析領域のスパン方向の長さに強く依存し、定量的に評価するには長いスパン長が必要であることが分かった。また、ストローハル数の迎角による急な変化が再現され、実験結果との良い一致を得た。変動空気力のパワースペクトル密度については卓越周波数成分が実験結果とほぼ一致した。最後に、スパン長に依存しない空気力係数の推定法を提案し、数値解析の結果によりその有効性を検証した。

Key Words : numerical study, LES, square prism, mean and fluctuating aerodynamic force, power spectral, spanwise sensitivity

1. はじめに

矩形柱の空気力特性を明らかにすることは、高層建築物や橋梁によく見られる矩形断面を持つ構造物の空力設計を行う上で重要である。特に、風が構造物に作用することで起きる空力振動は、橋梁、送電線、鉄塔等の変形や破損等の原因になり、時には事故に至る可能性もあるため、設計時に十分な検討を行う必要がある。

空力振動にはいろいろなタイプがある。例えば、ガストと呼ばれる風の乱れにより発生する不規則な振動については、平均空気力係数と変動風速を用いたバフエッティング理論に基づき空気力を求めることで構造物の応答を推定することができる¹⁾。風的作用を受けて風直角方向に自励的な振動が発生するギャロッピングの問題では、変動風速と物体運動速度からなる相対風速と平均空気力係数を用いて物体に働く空気力を評価することにより、構造物の応答を求めることができる²⁾。この二つの例は動的な空

気力を静的な空気力を用いて推定する準定常理論に基づいており、変動風速場の再現に加え、構造物における平均空気力の高精度の予測が重要である。

一方、送電線着雪時の大振幅問題では空気力の時間的な変化の影響が無視できないため、平均空気力に加え、変動空気力を精度よく求めることも重要である³⁾。また構造物の固有振動と後流渦の振動数が一致して起きる渦励振の問題では、流体と構造物の相互作用で発生する渦により励起される変動空気力が支配的な要素になる⁴⁾。更に空力音の問題では、物体に作用する変動空気力から空力音を予測する方法が用いられるため、変動空気力の高精度な予測が求められている^{5)~8)}。

これまでに矩形柱の代表的な例として、正方形角柱の空気力特性については多くの研究がなされてきた。既往の実験的研究^{9)~17)}から、正方形角柱の静的空気力特性は迎角により複雑に変化することがわかっていく。代表的な流れパターンとしては、迎角が13°より小さい場合の完全剥離型と13°より大き

い場合の再付着型に分類される。完全剥離型では、せん断層は角柱の前縁で剥離し、側面には再付着しないが、再付着型では、前縁で剥離したせん断層は側面に再付着する。また角柱前縁で剥離した流れが間欠的に再付着する迎角 13° 付近では空気力特性（抗力と揚力）は急変することが知られている。平均抗力係数は 13° 付近で最小となり、平均揚力係数の絶対値は 13° 付近で最大となる。一方、変動空気力係数については 13° 付近で最小値となりストローハル数も 13° 付近で最大値を示す^{9),12),13)}。平均空気力係数に比べ、変動空気力係数は、実験条件の依存性が大きく、実験結果の間にも大きな差が見られる。詳しいメカニズムは不明であるが、模型隅角部の曲率の違いによるものが原因の一つとして考えられる。

矩形断面柱の空気力特性を数値解析により明らかにする研究も行われてきた^{18)~24)}。RANS モデルを用いた 2 次元の解析例としては嶋田と石原¹⁸⁾の研究が挙げられる。この研究では、種々の断面辺長比の矩形断面柱を対象に迎角 0° における空気力特性を修正 $k-\epsilon$ モデルを用いて 2 次元解析し、平均空気力係数とストローハル数に関しては実験値と良好な一致を得た。断面辺長比 1:1 の完全剥離型では、カルマン渦放出に伴う変動空気力の periodic 成分が支配的になるため、空気力の変動値も概ね実験値に対応した結果を得ているが、再付着型のケースでは定量的に再現していない。RANS モデルでは圧力変動の stochastic 成分を評価できないため、再付着を伴う変動空気力については定量的に評価できない問題がある。また剥離形態の変化に伴う正方形角柱の空気力の急な変化を RANS モデルにより再現した例は見あたらない。

正方形角柱の平均空気力特性の迎角による変化を初めて定量的に再現したのは Tamura et al.²¹⁾ が 3 次元風上差分法を用いた 3 次元数値シミュレーションである。この研究では、数値解析により得られた平均抗力と揚力係数とも風洞実験の結果とよく一致した。ただし、この研究では空気力の変動値については議論されていない。最近、平野ら²²⁾ は断面辺長比 2:1 の矩形柱に対して、LES (Large Eddy Simulation) による数値解析を行い、平均抗力係数、平均揚力係数及びストローハル数について実験結果とよい一致を示したものの、変動抗力係数と変動揚力については実験との比較による定量的な評価を行っていない。

LES は小さな渦をモデル化し、大規模渦について直接計算を行うため、乱流渦の 3 次元性や非定常性を捉えることが可能であり、矩形柱における空気力特性を定量的に予測するためのより一般的な手法と

して期待されている。一方、変動空気力を定量的に再現するためには流れの 3 次元性を捉える必要があり、スパン方向の長い計算領域が必要であり、計算時間の短縮化が課題となる。林と大屋²³⁾ は迎角 0° の 1:0.6 の角柱に対してスパン方向の長さが変動空気力に与える影響について調べて、スパン方向の長さを長くすることにより変動空気力の予測精度を向上させる可能性を示した。また Rodi²⁴⁾ は流れの 3 次元性を捉えるためにスパン方向の長さを角柱一辺の 4 倍以上必要であることを指摘している。

このように正方形角柱については、迎角の変化に着目して平均空気力特性を予測した例はあるものの、変動空気力の標準偏差やスペクトル特性についての研究例が少なく解析の予測精度に不明な点が残されている。

以上のことを踏まえ、本研究では、まず一様流中に置かれた正方形角柱の空気力特性及び表面圧力分布を LES を用いて予測し、平均空気力特性と表面圧力分布との関係を調べると共に、角柱周辺の流れパターンを明らかにする。そして、スパン方向の長さを変化させ、変動空気力特性のスパン長さの依存性を調べると共に、ストローハル数や変動空気力のスペクトル特性の迎角による変化を明らかにする。最後に、スパン長が十分に長い場合の空気力係数の評価法を提案し、数値解析の結果により、その有効性を検証する。

2. 数値モデルと計算条件

(1) 支配方程式

本解析では、空間的なフィルタリング操作を施した非圧縮性ナビエ・ストークス方程式を用いて行った。支配方程式は、非定常項を含むナビエ・ストークス方程式に対して空間フィルターをかけることで得られる。

$$\frac{\partial \rho \tilde{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (1)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t}(\rho \tilde{u}_i) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho \tilde{u}_i \tilde{u}_j) \\ &= \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\mu \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} \right) - \frac{\partial \tilde{p}}{\partial x_i} - \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \end{aligned} \quad (2)$$

ここで、 $\tilde{u}_j$, $\tilde{p}$ はフィルター平均化された速度と圧力を表し、 ρ は流体の密度、 μ は流体の粘性係数を表す。また、 τ_{ij} は、次式で定義されるサブグリッドスケールのレイノルズ応力である。

$$\tau_{ij} \equiv \rho \tilde{u}_i \tilde{u}_j - \rho \tilde{u}_i u_j \quad (3)$$

サブグリッドスケールのレイノルズ応力は未知量であるため、次に示す渦粘性モデルを用いて表す。

$$\tau_{ij} = -2\mu_t \tilde{S}_{ij} + \frac{1}{3}\tau_{kk}\delta_{ij} \quad (4)$$

ここで、 μ_t はサブグリッドスケールの乱流粘性係数、 $\tilde{S}_{ij}$ はひずみ速度テンソルであり、次式で定義される。

$$\tilde{S}_{ij} \equiv \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad (5)$$

(2) Smagorinsky モデル

サブグリッドスケールの乱流粘性係数 μ_t については Smagorinsky モデル²⁵⁾を用いる。Smagorinsky モデルでは、渦粘性係数は次式でモデル化される。

$$\mu_t = \rho L_s^2 |\tilde{S}| = \rho L_s \sqrt{2\tilde{S}_{ij}\tilde{S}_{ij}} \quad (6)$$

ここで、 L_s はサブグリッドスケールでの混合長さであり、次式を用いて計算する。

$$L_s = \min(\kappa\delta, C_s V^{1/3}) \quad (7)$$

ここで、 κ はカルマン定数 0.42 である。 C_s は Smagorinsky 定数、 δ は格子の中心から最も近い壁面までの距離、 V は計算格子の体積を表す。 C_s の値は時間微分項について陽解法で近似された場合には通常値 0.1 が用いられている。一方、本解析で用いた 2 次精度陰解法は僅かの正の数値粘性²⁶⁾が発生するが、 Δt が非常に小さく数値粘性がゼロに近いと推測されるため、スペクトル法で用いられた最適値 0.032 を用いた²⁷⁾。

(3) 境界条件

角柱表面の境界条件は、壁面のせん断応力として与える。壁面第一格子は、粘性低層に入っている場合には、壁面せん断応力は次式で示す層流の応力とひずみの関係から求める。

$$\frac{\tilde{u}}{u_\tau} = \frac{\rho u_\tau y}{\mu} \quad (8)$$

壁面第一格子は粘性低層に入るように格子分割し迎角 0°での試計算により確認しているが、もし壁面第一格子が粘性低層の外側になった場合には、次式の対数則を採用する。

$$\frac{\tilde{u}}{u_\tau} = \frac{1}{\kappa} \ln E \left(\frac{\rho u_\tau y}{\mu} \right) \quad (9)$$

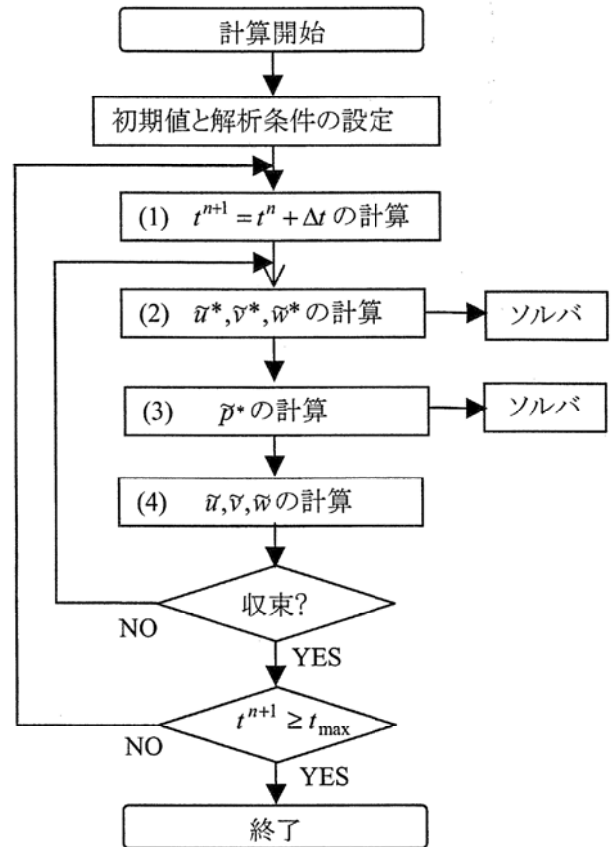


図-1 SIMPLE 法のアルゴリズム

ここで、 $\tilde{u}$ は壁面に平行な速度成分、 u_τ は摩擦速度、 y は壁面からの距離、 κ はカルマン定数を表し、定数 E は 9.8 である。また入口側は一様流、出口側は自由流出、側面及び上下面境界は対称境界条件を用いた。

(4) 数値解法

本解析は、コロケート格子に基づく有限体積法を用いて行った。支配方程式の離散化は、対流項と粘性項に 2 次精度中心差分、非定常項に 2 次精度陰解法をそれぞれ用い、離散化した方程式の数値解法には半陰解法の SIMPLE 法²⁸⁾を適用した。離散化された方程式は最終的に次式の形で表される。

$$a_p \phi_p = \sum_{nb} a_{nb} \phi_{nb} + b_\phi \quad (10)$$

ここで係数 a_p, a_{nb} は保存式の非定常項、移流項、拡散項に寄与する項をそれぞれ表し、 ϕ_p は計算点での変数の値、 b_ϕ は未知変数を含まない全ての項、 nb (neighboring point) は対象とする格子に接する各要素をそれぞれ示す。

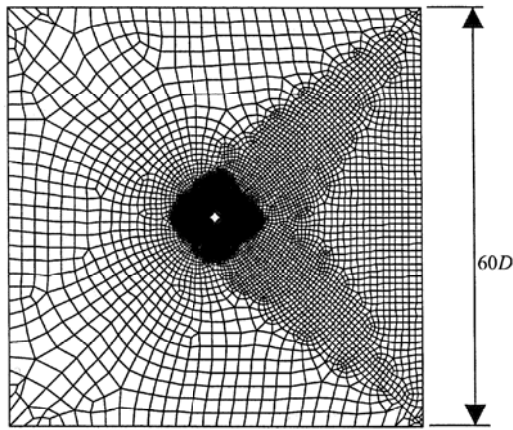


図-2 計算領域

表-1 解析における主なパラメータ

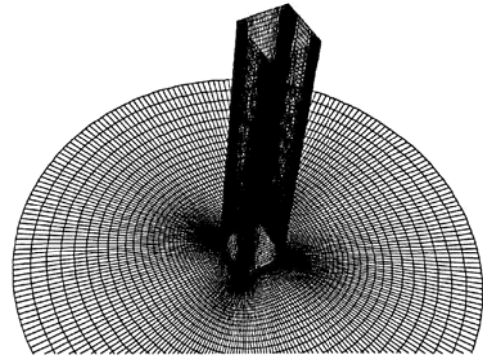
Reynolds 数 UD/ν	10^4	
無次元時間刻み tU/D	0.04	
スパン長 L	$1D$	$6D$
隅角部の曲率半径 r	$D/100$	$D/100$
スパン方向の格子数 N	10	60
総格子数	175,000	1,050,000

図-1 に SIMPLE 法²⁹⁾のアルゴリズムを示す。SIMPLE 法では離散化された非線形代数方程式を線形化して反復計算により解を求める。この反復を外部反復(outer iteration)と呼ぶ。図中の(1)ではフィルタリングされた各速度成分に関する線形化された方程式を構築する。これらの線形方程式を、ポイント・ガウスザイデル法に基づくマルチグリッドソルバーを用いて u^*, v^*, w^* を求める。この際にも反復計算が必要であるが、この反復は内部反復(inner iteration)と呼び、前述の外部反復と区別する。このようにして求められた各速度成分 (u^*, v^*, w^*) は連続の式を満たしていないため、修正を要する。そこで、圧力補正方程式を(3)で解くことにより圧力の修正量を求め、各速度成分を(4)で修正する。

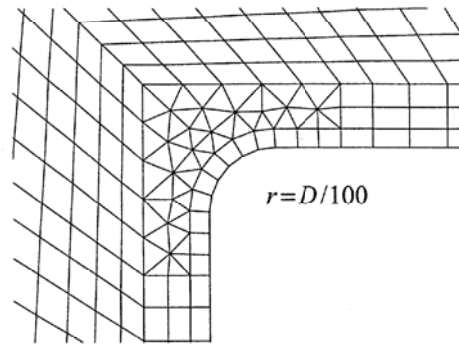
最後に、残差に基づく収束判定を行う。(1)~(4)の過程をフィルタリングされた運動方程式と連続の式の相対残差が 10^{-3} 以下になるまで繰り返す。相対残差が 10^{-3} 以下になった時点で次の時間ステップ $n+1$ に進み、 $t^{n+1} \geq t_{\max}$ となるまで繰り返す。本研究では流体解析のソルバとして FLUENT³⁰⁾を使用した。

(5) 解析条件

本解析では、一辺の長さ $D=1\text{ cm}$ の正方形角柱を



(a) 正方形角柱近傍の格子分布



(b) 隅角部の格子分布

図-3 正方形角柱近傍及び隅角部の格子分布

対象とした。図-2 には計算領域を示し、角柱辺長の 60 倍の正方形とし、入口流速は $U=15\text{ m/s}$ とした。

図-3 には正方形角柱近傍及び隅角部分の格子分布を示す。格子分割については、正方形一辺は隅角部が細くなるように 62 分割した。隅角部については Tamura et al.²¹⁾ にならい、角を丸め隅角部の曲率 r は角柱一辺の 100 分の 1 とした。また、スパン方向の格子幅は一辺長の 10 分の 1 とした。半径方向には角柱表面近傍が細くなるように配置した。

表-1 に解析に用いた主なパラメータを示す。解析は、スパン長 $1D$ の場合には迎角 $0, 2, 6, 8, 10, 12, 13, 14, 16, 20, 30, 45^\circ$ の 12 ケース、スパン長 $6D$ の場合には、迎角 $0, 14, 20, 45^\circ$ の 4 ケースについて実施した。更に、迎角 20° のケースに対しては、スパン長 $2D, 3D, 4D$ の解析も実施した。

(6) 圧力係数と空気力係数の定義

a) 圧力係数

角柱表面の i 番目の格子における平均圧力係数 $\bar{C}_{pi}$ と変動圧力係数 C'_{pi} の定義を次式に示す。

$$\bar{C}_{pi} = \frac{p - p_{ref}}{\frac{1}{2} \rho U^2} \quad (11)$$

$$C'_{pi} = \sqrt{(C_{pi} - \bar{C}_{pi})^2} \quad (12)$$

ここで、 p_{ref} は基準圧力であり、流入境界左下隅のスパン方向中心点での圧力値を用いた。また、 τ はせん断応力、 A は角柱表面の面積、 ρ は基準密度、 U は基準風速であり、流入風速を用いた。平均圧力係数 $\bar{C}_{pi}$ は、無次元時間刻み tU/D を200から600まで平均した後、スパン方向の平均をとった。平均操作については抗力と揚力係数の場合も同様である。

b) 抗力と揚力係数

図-4 に迎角と空気力係数の定義を示す。迎角については、角柱の前面が風に対して垂直になる状態を迎角 0° と定義し、反時計回りを正とする。

平均抗力と揚力係数(C_D , C_L)及び変動抗力と揚力係数(C'_D , C'_L)は次式で定義する。

$$C_D = \frac{\sum_i C_{pi} A_i \cos \beta_i}{A} \quad (13)$$

$$C_L = \frac{\sum_i C_{pi} A_i \sin \beta_i}{A} \quad (14)$$

$$C'_D = \sqrt{\left(\sum_i (C_{pi} - \bar{C}_{pi}) A_i \cos \beta_i \right)^2} \quad (15)$$

$$C'_L = \sqrt{\left(\sum_i (C_{pi} - \bar{C}_{pi}) A_i \sin \beta_i \right)^2} \quad (16)$$

ここで、 A_i は角柱表面の i 番目の格子の面積、 A は角柱1辺 D とスパン長 L の積を示す。 β_i は迎角 α の時の i 番目の格子が属する面の法線方向と風方向のなす角度を示す。本研究では、風圧実験により求められた空気力係数と比較するために、せん断力の空気力係数への寄与(0.2%以下)を省略した。

3. 平均空気力の解析結果

ガスト応答解析やギャロッピング振動の予測では平均空気力係数が最も重要なパラメータであり、その予測精度が解析結果に大きな影響を与える。本章では、まず、平均空気力係数の迎角による変化を調べ、そして平均空気力の特性と角柱表面の平均圧力分布及び流れパターンとの関係を明らかにする。

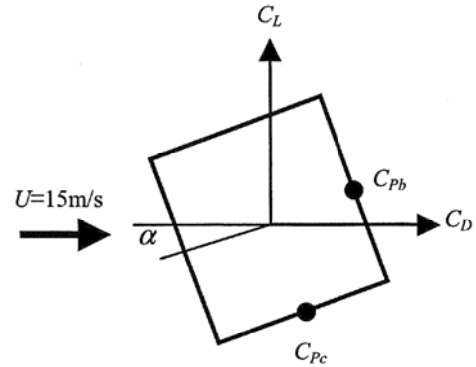
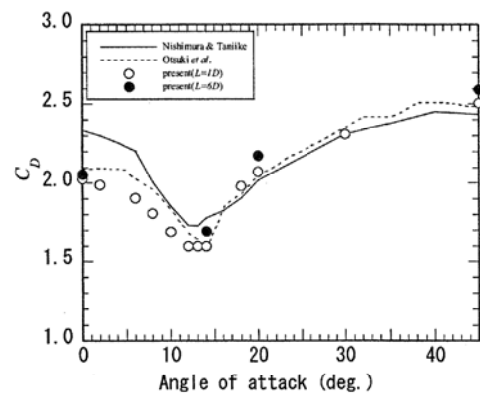
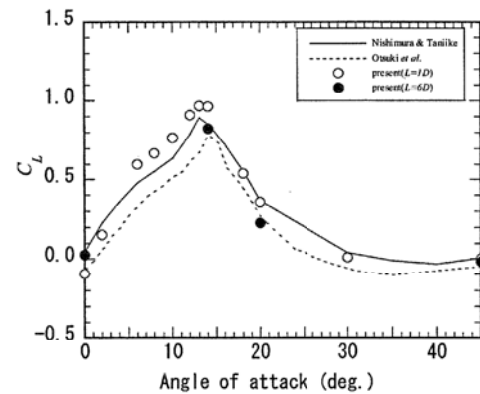


図-4 迎角と空気力の定義



(a) 平均抗力係数



(b) 平均揚力係数

図-5 平均抗力と揚力係数の迎角による変化

(1) 平均空気力係数の迎角による変化

図-5 に平均抗力と平均揚力係数の迎角による変化を実験値とともに示す。

平均抗力係数 C_D については、迎角 0° から 12° までは緩やかに下降し、 13° 付近で最小値をとる。そして、迎角 14° からは再び上昇し、 30° 以後は抗力の上昇が緩やかになる。本解析結果は大築ら¹⁰⁾

や Igarashi¹⁵⁾の風洞実験の結果と良く一致しているが、西村と谷池¹⁶⁾の実験結果に比べ迎角 0° ではやや過小評価し、迎角 20° と 45° では逆にやや過大評価している。その理由については次節において角柱表面の平均圧力分布に関連して詳しく述べる。

一方、平均揚力係数 C_L については、迎角 0° から 12° まで直線的に上昇し、 14° 付近で減少に転じ、 30° 以後はほぼ一定となる。本解析は、風洞実験で示されている迎角 14° 付近での揚力係数の急な変化をよく再現しており、揚力係数の値も風洞実験の結果とよく一致する。

平均抗力と揚力係数についてはスパン長 $1D$ と $6D$ の解析結果に大きな差異は見られない。スパン長 $1D$ でも平均空気力係数を定量的に予測できることから、平均空気力係数はスパン方向の長さへの依存性が後述する変動成分の場合と比較すると小さいことが分かる。

(2) 平均圧力係数の分布

平均空気力係数は、表面圧力の積分から求められることから、角柱表面の圧力分布を調べれば、平均空気力特性を明らかにすることができる。図-6には平均圧力係数 $\bar{C}_p$ の分布を示す。

迎角 0° では、前面以外の圧力係数は負となり、また値が低くかつ大きく変化しないことから流れは完全剥離型となっていると推測される。また図-6(a)からは角柱背面の圧力係数の予測値が実験値に比べやや大きくなっており、抗力係数の計算値が西村と谷池¹⁶⁾の実験値より低くなっている原因と推測される。

迎角 14° (図-6(b)) では、上面の前縁に比べ後縁付近での負圧の絶対値が小さくなり、圧力の回復が見られた。この圧力回復は間欠的な再付着によるものである。また上面前縁の圧力係数は迎角 0° から減少し、 14° 付近で最小になっている。この結果は既往の風洞実験結果とよく一致している。

一方、迎角 20° (図-6(c)) になると、上面後縁付近では圧力回復によるピークが現れ、剥離せん断層の再付着が発生していると推測される。迎角 20° と 45° のケース (図-6(c)と(d)) では背面の圧力が西村と谷池の風洞実験の結果に比べやや小さくなっており、その結果、抗力係数の値は西村と谷池の風洞実験の値よりやや大きくなっていると考えられる。

図-7 には角柱背面の圧力係数 $\bar{C}_{pb}$ の迎角による変化を示す。この図から、迎角 20° と 45° における本解析結果は実験結果より小さくなっていることが分かる。

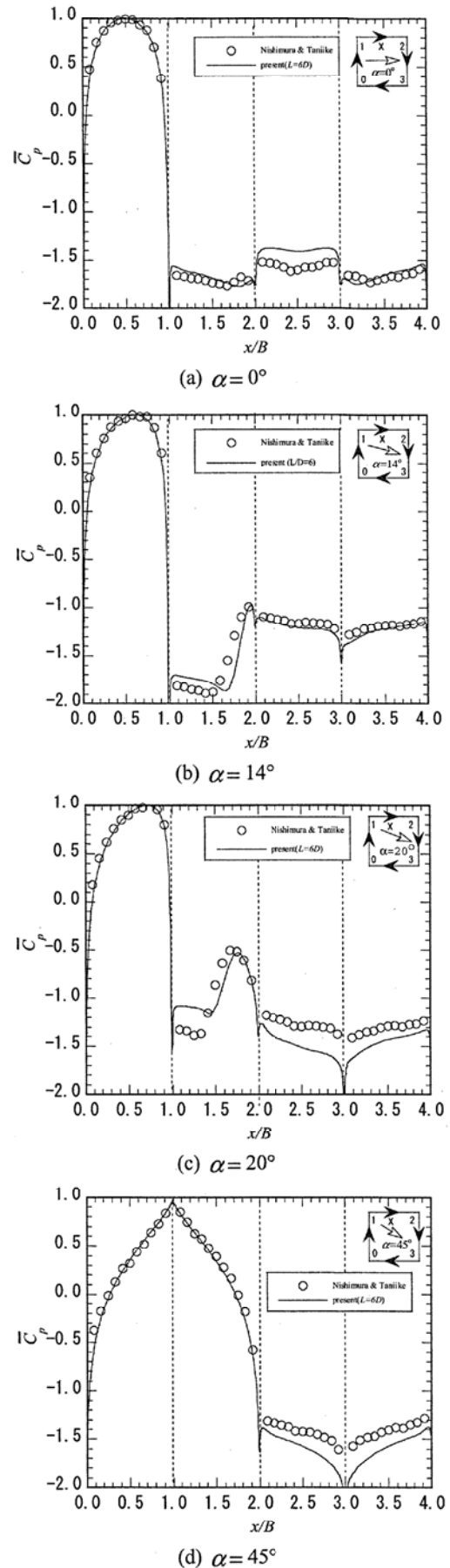


図-6 角柱表面の平均圧力係数の分布

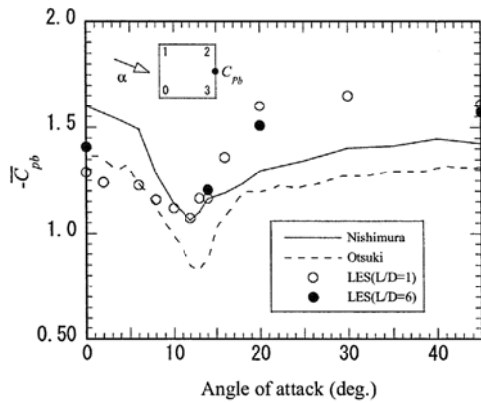


図-7 角柱背面中央の平均圧力係数の迎角による変化

角柱背面の圧力係数は、角柱隅角部での剥離せん断層の挙動や隅角部の曲率半径に依存する。本解析で使用した数値モデルの隅角部の曲率は $D/100$ であり、風洞実験で用いたモデルの隅角部の曲率と必ずしも一致していない。隅角部の丸みの違いが不一致の原因の一つと推測されるが、現段階では断定することが難しい。

(3) 流れのパターンの迎角に対する変化

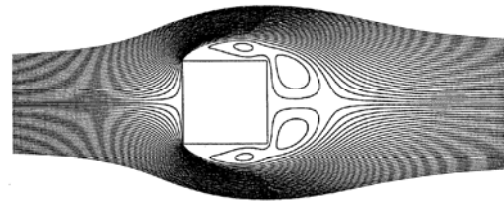
角柱表面の圧力分布は角柱周辺の流れのパターンに強く依存する。図-8 には代表的な 4 つの迎角について平均流線を示す。迎角 0° (図-8(a)) では、前縁で剥離したせん断層は、角柱上面に再付着せず、完全剥離型の流れパターンを形成する。また、角柱の背後には、大きい 2 つの渦が形成されている。

一方、迎角 14° (図-8(b)) では、前縁で剥離した流れが後縁付近で間欠的に再付着し、平均的に流れの再付着域が再現されている。また、角柱の背後にまとまった強い渦が形成しており、最大揚力を発生している。

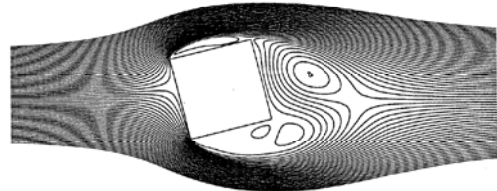
迎角 20° (図-8(c)) になると、剥離せん断層は後縁付近でしっかりと再付着し、また、上面前縁で発生している剥離泡は迎角 14° のときに比べ小さくなっている。更に、角柱の下面域でも渦が形成されつつある。一方、迎角 45° (図-8(d)) では流線が上面に沿っており、また、流れが上面後縁で安定して剥がれており、角柱の背後に一對の渦が形成されている。

4. 変動空気力の解析結果

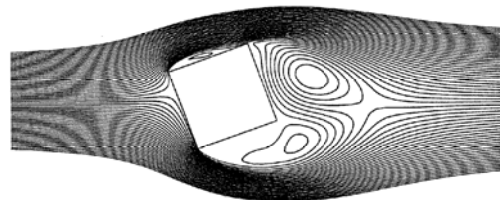
前章では、LES 解析により正方形角柱の平均空気力や平均圧力係数を精度よく予測することが可能で



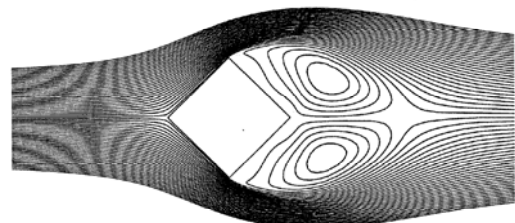
(a) $\alpha = 0^\circ$



(b) $\alpha = 14^\circ$



(c) $\alpha = 20^\circ$



(d) $\alpha = 45^\circ$

図-8 平均流線の迎角による変化

あることを示した。一方、非定常空気力や渦励振などの問題では、変動空気力の予測精度が重要となる。更に、空力音を予測するためには、変動空気力の高周波成分も精度よく予測する必要がある。本章では、まず変動空気力係数の迎角による変化を調べ、そして、変動空気力スペクトル特性を明らかにする。

(1) 変動空気力係数の迎角による変化

図-9 には変動抗力と変動揚力係数の計算結果を示す。平均空気力に比べ、変動空気力が解析領域のスパン方向の長さに強く依存し、スパン長 $6D$ の解析結果はスパン長 $1D$ の結果より実験結果に近いこと

がわかる。

変動抗力係数 C_D' については、迎角 0° では西村と谷池の実験値より小さくなっているが、他の迎角の結果と実験値とよく一致している。

一方、変動揚力係数 C_L' については、迎角 0° から 8° までに急激に減少し、迎角 12° から緩やかな上昇に転じ、迎角 20° 以降はほぼ一定となる。この傾向は風洞実験結果によく対応しているが、迎角 20° 以後の計算結果は西村と谷池¹⁶⁾の風洞実験結果より大きくなっている。この違いは数値モデルと実験模型の隅角部の丸みの違いによる部分の他、計算領域のスパン長が短いのもその原因の一つと推測される。

(2) 変動圧力係数の分布

変動圧力係数の分布を議論する前に、まず変動揚力係数に大きな影響を与える背面と下面の変動圧力係数を調べた。図-10と図-11にはそれぞれ解析により得られた背面中央の変動圧力係数 C_{pb}' と下面中央での変動圧力係数 C_{pc}' を風洞実験の結果と一緒にプロットした。背面中央での変動圧力係数 C_{pb}' についての計算結果は西村と谷池¹⁶⁾と大築ら¹⁰⁾の実験結果に比べ、迎角 20° 以後過大評価されているが、Igarashi¹⁵⁾の実験結果とほぼ一致している。下面中央での変動圧力係数 C_{pc}' については同様な傾向が見られた。

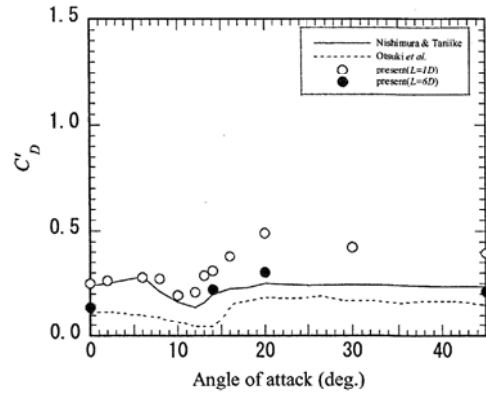
図-12には代表的な迎角における変動圧力係数を示す。隅角部の丸みの違いによる影響を取り除くために変動圧力係数を C_{pc}' で無次元化した。

迎角 0° (図-12(a)) では変動圧力分布は、上下面後縁の一部分を除き、ほぼ西村と谷池¹⁶⁾の実験結果を良く再現しているが、剥離せん断層が背面付近で一部逆流し再付着している後縁付近では実験値とのずれが見られた。

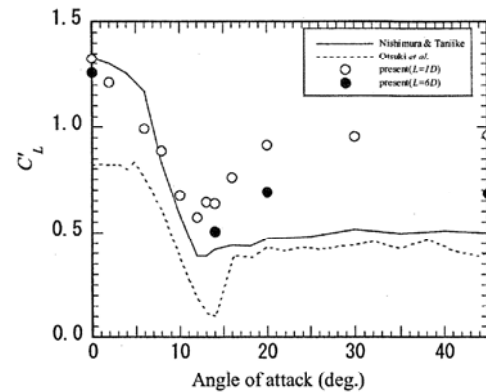
一方、迎角 14° (図-12(b)) では、剥離せん断層の間欠的な再付着が発生している上面後縁において実験値が減少しているのに対し、計算値は増大しており、変動圧力の値も過大に評価されている。

迎角 20° (図-12(c)) では、流れの再付着が発生している上面中央位置では変動圧力が極大値を取り、それより下流側では変動圧力が極小となる。背面の変動圧力については計算値が実験値よりやや大きくなっている。

迎角 45° (図-12(d)) では変動圧力の分布の予測結果は風洞実験結果とよく一致している。



(a) 変動抗力係数



(b) 変動揚力係数

図-9 変動抗力と変動揚力係数の迎角による変化

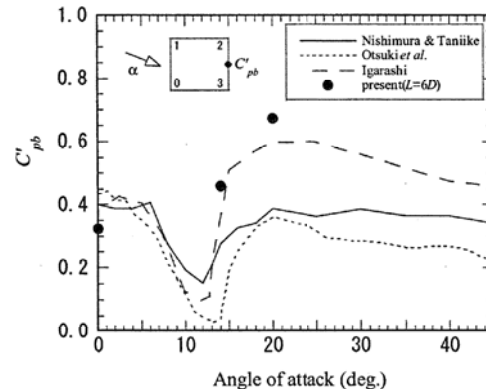


図-10 角柱背面中央の変動圧力係数の迎角による変化

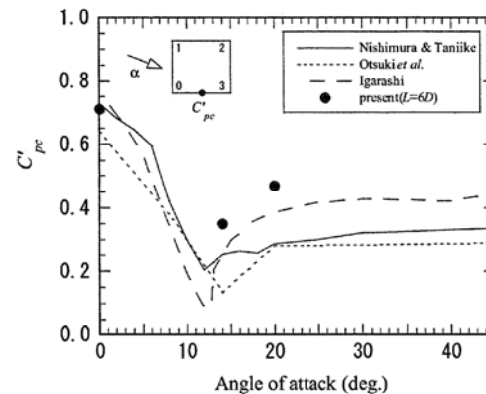


図-11 角柱下面中央の変動圧力係数の迎角による変化

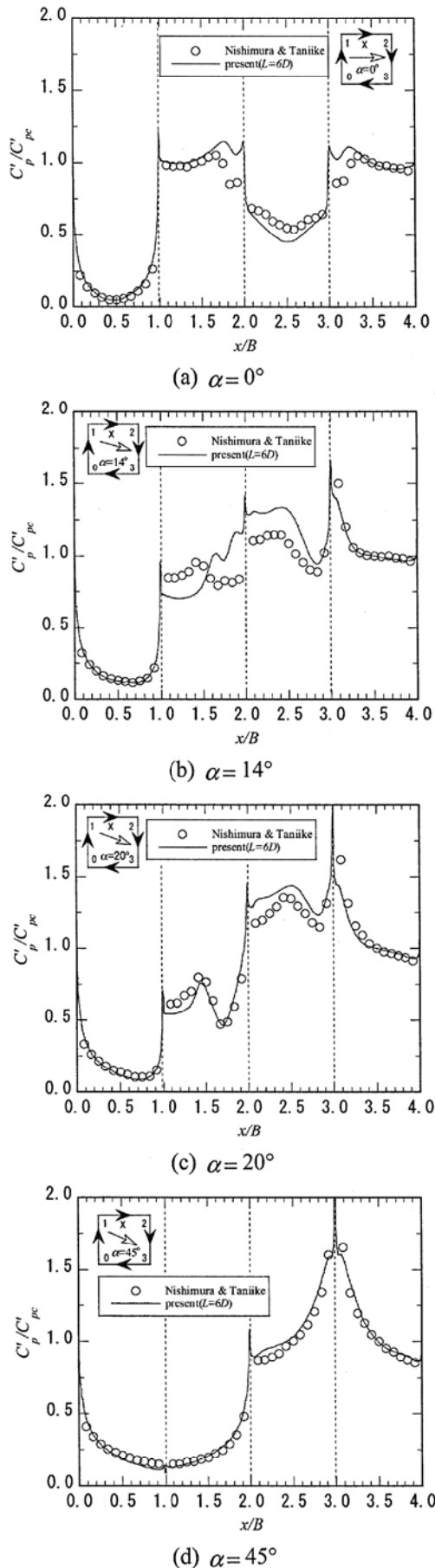


図-12 角柱表面の変動圧力係数の分布

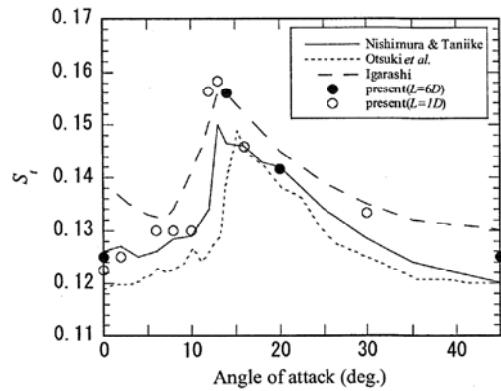


図-13 ストローハル数の迎角による変化

(3) 変動空気力のパワースペクトル密度

変動空気力のパワースペクトル密度を議論する前に、まず迎角によるストローハル数の変化を調べる。図-13には変動揚力の卓越周波数 f_s と角柱の一边 D 及び流入風速により定義されるストローハル数 $S_t (= f_s D / U)$ を示す。

全体的には解析結果が実験と同様な傾向を示し、ストローハル数の 13° 付近での急激な変化も再現されている。また、ストローハル数の予測値は風洞実験値の範囲に入っている。完全剥離型の流れにおける渦の放出周波数は、剥離せん断層と後流の干渉により、再付着型の流れにおける渦の放出周波数は剥離せん断層と物体後縁との干渉により決定されると言われている¹⁵⁾。本解析により、完全剥離型と再付着型の両方のタイプの渦の放出周波数を再現できることから、LESによる3次元非定常解析は角柱からの渦放出を正確に捉えることができると言える。

図-14は変動空気力の無次元パワースペクトル密度を示す。変動抗力のパワースペクトルについては、軸と対称となる迎角 0° と 45° のケース（図-14(a)と(d)）では変動揚力の卓越周波数の2倍の周波数でピークを示し、西村と谷池¹⁶⁾ (N&T) の実験結果（図中の○印）とよく一致している。ただし、迎角 0° のケースでは風洞実験結果に見られない緩やかなピークが低周波数域に現れている。このピークは変動揚力の卓越周波数と一致していることから、迎角 0° における強い渦放出による境界での圧力反射が原因となっていると考えられる。

一方、迎角 14° と 20° （図-14(b)と(c)）では変動抗力の卓越周波数は変動揚力のそれと一致している。このような卓越周波数の変化は角柱背後の流れパターンの変化に対応し、交互の渦放出から強弱の渦放出に移行することを意味する。変動スペクトルに見られた2番目のピークはこのような非対称的な渦放出に対応している。

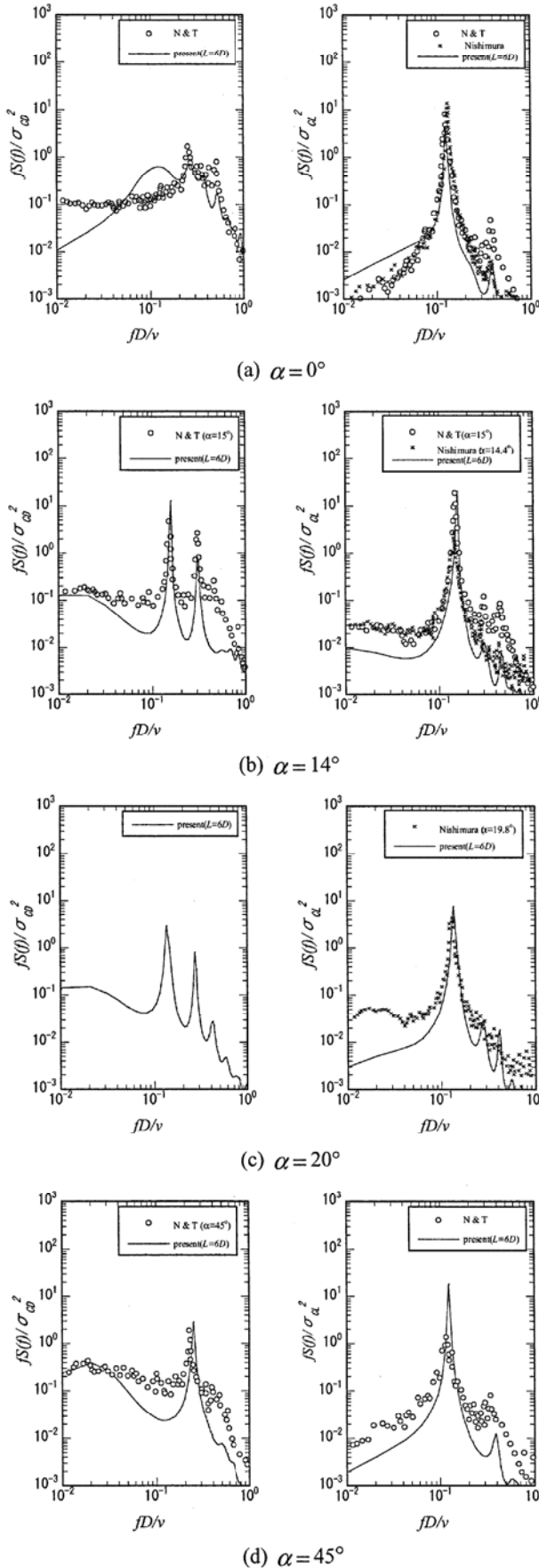


図-14 変動空気力のパワースペクトル密度

このように本解析により予測された変動空気力の卓越周波数成分については概ね風洞実験の結果を再現したが、高周波数領域については実験値にもばらつきが見られ、本解析結果は西村¹⁷⁾ (図中の×印)に近い結果を得た。また低周波数成分については風洞実験結果との差が見られ、更に改善する余地が残されている。

5. スパン長が十分に長い場合の空気力係数の推定法の提案

角柱の空気力係数の予測値、とりわけ、変動空気力係数がスパン方向の長さに大きく依存することは既に前の章で述べた。本研究では、スパン長が十分長い (例えば20D以上) 場合の空気力係数の推定法を提案し、数値解析の結果によりその有効性を検証する。

図-15には変動空気力係数のスパン長による変化を示す。スパン方向の長さに対して空気力係数の予測誤差は単調に減少していることが分かる。ここで、スパン長 L が γD となる空気力の予測値を ϕ_γ 、予測誤差を ε_γ とすると、スパン長が十分長い場合の空気力係数 Φ は次式で表される。

$$\Phi = \phi_\gamma + \varepsilon_\gamma \quad (17)$$

予測誤差が単調に減少すると仮定できれば、誤差項は指数関数により近似することができる。

$$\varepsilon_\gamma = \beta e^{-c\gamma} \quad (18)$$

ここで、 c はディケイファクタ、 β は比例係数である。したがって、スパン長が十分に長い場合の空気力係数は、次式により推定することができる。

$$\Phi = \phi_\gamma + \beta e^{-c\gamma} \quad (19)$$

ここで、 γ は0以外の任意の正の整数であり、次式の関係が成り立つ。

$$\begin{aligned} \Phi &= \phi_\gamma + \beta e^{-c\gamma} = \phi_{\gamma+1} + \beta e^{-c(\gamma+1)} \\ &= \phi_{\gamma+2} + \beta e^{-c(\gamma+2)} \end{aligned} \quad (20)$$

式(20)から比例係数 β とディケイファクタ c は次式により求められる。

$$\beta = \frac{\phi_{\gamma+1} - \phi_\gamma}{1 - e^{-c}} e^{c\gamma} \quad (21)$$

$$c = \ln \frac{\phi_{\gamma+1} - \phi_\gamma}{\phi_{\gamma+2} - \phi_{\gamma+1}} \quad (22)$$

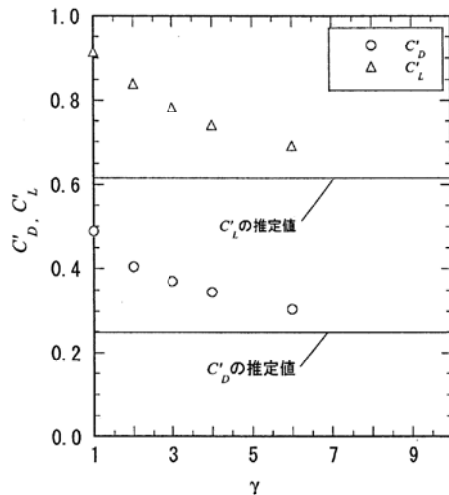


図-15 変動空気力係数のスパン長による変化

以上に示す式は、偏微分方程式の離散化誤差を調べる時に用いられているリチャードソンの外挿法^{31), 32)}と同様な考え方に基づくものであるが、ベキ関数を用いる代り、指数関数を用いた。その理由は、変動空気力の相関係数が指数関数で近似でき³³⁾、スパン長に起因する誤差も指数関数に従うと推測されるからである。なお、この手法を用いる場合は推定誤差が単調に減少している必要がある。

本式の有効性を示すために、本件研究ではスパン長が十分長い場合の変動空気力係数の推定値をスパン長が2D, 3D, 4Dの計算結果から求め、図-15に示した。この図からスパン長がなくなるにつれ、変動空気力係数の計算結果は推定値に漸近することが分かる。

図-16 には式(18)より推定された予測誤差のスパン長による変化を示す。この図から、スパン長を長くするにつれ、予測誤差が小さくなり、スパン長20Dでは、変動空気力係数の予測誤差はほぼ0になっていることが分かる。

ここで推定値の妥当性を検証するため推定値を真値と仮定し、6Dの計算結果と真値との差を求めた。図-16に示すとおり6Dの誤差の値が2D, 3D, 4Dから求めた理論値と一致しており本推定手法の妥当性が検証された。

以上のことから、本推定手法を用いることにより、スパン長2D, 3D, 4Dの予測値からスパン長が十分長い場合の値を捉えることができ、計算時間の短縮と計算機容量の節減を図ることが可能となる。

6. まとめ

一様流中に置かれた正方形角柱の空気力特性及び表面圧力分布を種々の迎角に対して、3次元非定常

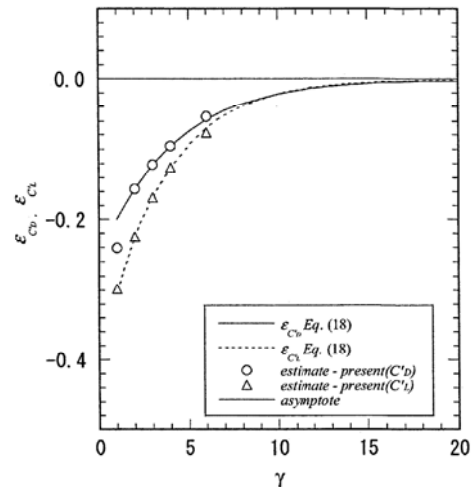


図-16 変動空気力係数の推定誤差のスパン長による変化

LESにより予測し、既往の風洞実験の結果と比較した。その結果、以下の結論を得た。

- 1) 平均空気力係数（抗力と揚力）及び平均圧力分布の予測値については、いずれの迎角においても風洞実験の結果と一致する結果を得た。
- 2) 変動空気力係数（抗力と揚力）については解析領域のスパン方向の長さに大きく依存することが分かった。変動空気力の予測値は風洞実験結果に見られるばらつきの範囲に入っていることが分かった。また変動圧力係数については、風洞実験と一致した結果を得たが、間欠的な再付着が発生する迎角14°のケースについては実験値とのずれが見られた。
- 3) ストローハル数については、迎角による急な変化が再現され、また予測した値も風洞実験の値とよく一致した。また変動空気力スペクトルについては、迎角0°と45°のケースでは変動抗力と変動揚力にそれぞれストローハル数の2倍の成分とストローハル数成分の卓越したピーク、迎角14°と20°のケースでは、変動抗力と変動揚力ともにストローハル数成分の卓越したピークが見られ、風洞実験の結果との良い一致が示された。
- 4) スパン長が十分長い場合の空気力係数の推定法を提案し、その有効性をスパン長を系統的に変化させた数値解析の結果を用いて評価した。従来、スパン長が十分長い場合の変動空気力係数を得るにはスパン長20Dの解析が必要であるのに対し本研究で提案した手法で用いる場合にはスパン長4Dの解析で十分であることが分かった。より一般的な結論を得るためには、他の迎角におけるスパン長6Dのケースについても計算し、同様の結果を確認することが望ましいが、

計算時間が非常にかかるため、今後の課題としたい。

謝辞：本研究では（財）日本建築総合試験所西村宏昭博士から正方形角柱に関する風洞実験データの提供を受けた。また数値解析の実施に当たっては東京大学工学部土木工学科 4 年（研究当時）浅川匡氏に協力をして頂いた。ここに記して謝意を表する。

参考文献

- 1) Davenport, A. G. : Buffeting of a suspension bridge by storm winds, *Proc. ASCE*, Vol.88, ST 3, 1962.
- 2) Parkinson, G. V. : Wind-induced instability of structure, *Phil. Trans. Roy. Soc. Lond., A*, 269, pp.395-409, 1971.
- 3) 清水幹夫, 石原孟, ファフックパン : 3 分力天秤実験に基づく着氷雪多導体および単導体送電線の定常空力特性に関する検討, 構造工学論文集, Vol.50A, pp.647-656, 2004.
- 4) 船川正哉, 馬越立郎 : 流れによる弾性支持円筒の励振, 日本機械学会論文集, 36 巻, 285 号, pp.761-766, 1970.
- 5) Lighthill, M. J. : On sound generated aerodynamically; I General theory, *Proc. Royal Soc., A*, Vol. 211, pp.564-587, 1952.
- 6) Curle, N. : The influence of solid boundaries upon aerodynamic sound, *Proc. Roy. Soc., A*, Vol. 231, pp.505-514, 1955.
- 7) 加藤千幸 : 低マッハ数の乱流中に置かれた物体から放射される流体音の数値解析に関する研究, 東京大学博士論文, 1995.
- 8) 中藤誠二, 木村吉郎, 藤野陽三, 小川隆申, 石原孟 : 種々の辺長比を持つ矩形柱から発生する空力音特性, 土木学会論文集, No.696/I-58, pp.145-155, 2002.
- 9) Vickery, B. J. : Fluctuating lift and drag on a long cylinder of square cross-section in a smooth and in a turbulent stream, *J. Fluid Mech.*, Vol. 25, pp. 481-494, 1966.
- 10) 大築志夫, 藤井邦雄, 鷺津久一郎, 大屋昭男 : 一樣流中におかれた 2 次元静止矩形柱の空気力 3 分力特性と圧力分布について, 第 5 回構造物の耐風性に関するシンポジウム, pp. 169-176, 1978.
- 11) 大屋昭男, 鷺津久一郎, 藤井邦雄, 大築志夫 : 一樣流中におかれた 2 次元静止矩形柱の空気力 3 分力特性と圧力分布について (続報), 風工学シンポジウム, pp. 153-160, 1980.
- 12) 溝田武人, 岡島厚 : 角柱まわりの時間平均流れに関する実験的研究, 土木学会論文報告集, 第 312 号, p.39-47, 1981.
- 13) 中村泰治, 溝田武人, 吉村健 : 矩形および H 型断面柱の空力 3 分力特性について, 九州大学応用力学研究所年報, 第 40 号, pp. 245-255, 1982.
- 14) Bearman, P. W. and Obasaju, E. D. : An experimental study of pressure fluctuations on fixed and oscillating square-section cylinders, *J. Fluid Mech.*, Vol. 119, pp. 297-321, 1982.
- 15) Igarashi, T. : Characteristics of the flow around a square prism, *Bulletine of JSME*, Vol.27, No.231, pp. 1858-1865, 1984.
- 16) 西村宏昭, 谷池義人 : 二次元静止正方形角柱の変動空気力特性, 第 16 回風工学シンポジウム論文集, pp. 255-260, 2000.
- 17) 西村宏昭 : Bluff body の空力特性に関する基礎的研究, 京都大学博士論文, 2001.
- 18) 嶋田健司, 石原孟 : 種々の断面辺長比を有する矩形断面柱の空力特性評価に関する修正型 k-ε モデルの適用性の検討, 日本建築学会構造系論文集, 第 514 号, pp.73-80, 1998.
- 19) Bosch, G. and Rodi, W. : Simulation of vortex shedding past a square cylinder with different turbulence models, *Int. J. Numer. Meth. Fluids*, Vol. 28, pp.601-616, 1998.
- 20) Taylor, I. and Vezza, M. : Calculation of the flow field around a square section cylinder undergoing forced transverse oscillations using a discrete vortex, *J. Wind Eng. and Indus. Aerodyn.*, Vol. 82, pp.271-291, 1999.
- 21) Tamura, T., Ohta, I. and Kuwahara, K. : On the reliability of two-dimensional simulation for unsteady flows around a cylinder-type, *J. Wind Eng. and Indus. Aerodyn.*, Vol. 35, pp. 275-298, 1990.
- 22) 平野廣和, 丸岡晃, 渡辺茂 : 断面辺長比 2:1 矩形柱の風の傾斜角による空力特性に関する数値流体力学, 構造工学論文集, Vol.48A, pp. 971-978, 2002.
- 23) 林健一, 大屋裕二 : 臨界断面を有する二次元矩形柱の周囲流れに関する数値解析的研究, 第 16 回風工学シンポジウム論文集, pp.179-184, 2000.
- 24) Rodi, W. : Comparison of LES and RANS calculations of the flow around bluff bodies, *J. Wind Eng. Ind. Aerodyn.*, Vol. 69-71, pp. 55-75, 1997.
- 25) Smagorinsky, J. : General circulation experiments with the primitive equations. I. The basic experiment, *Month. Wea. Rev.*, Vol. 91, pp. 99-164, 1963.
- 26) 棚橋隆彦 : CFD 数値流体力学, アイピーシー, 1993.
- 27) Ma, X., Karamanos, G. S., Karniadakis, G. E. : Dynamics and low-dimensionality of a turbulent near wake, *J. Fluid Mech.*, Vol. 410, pp. 29-65, 2000.
- 28) Patanker, S.V. : *Numerical heat transfer and fluid flow*, McGraw-Hill, New York, 1980.
- 29) Ferziger, J. and Peric, M. : *Computational method for fluid dynamics*, 3rd Edition, Springer, 2002.
- 30) *FLUENT 6.1 Users Guide*, Fluent Inc., 2003.
- 31) Richardson, L. F. : The approximate arithmetical solution by finite differences of physical problems involving differential equations with an application to the stresses in a masonry dam, *Trans. Roy. Soc. London, Ser. A*, Vol. 210, pp. 307-357, 1910.
- 32) Roache, P. J. : Perspective: a method for uniform reporting of grid refinement studies, *ASME J. Fluid Engng.*, Vol. 116, pp. 405-413, 1994.
- 33) Wootton, L. R. and Scruton, C. : Aerodynamic stability, The modern design of wind-sensitive structures, CIRIA seminar, 1971.

(2005. 2.10 受付)

NUMERICAL STUDY OF AERODYNAMIC CHARACTERISTICS OF SQUARE PRISM IN A UNIFORM FLOW

Takeshi ISHIHARA, Shinichi OKA and Yozo FUJINO

In this study, aerodynamic characteristics of square prism in a uniform flow with respect to various angles of attack were investigated using LES turbulence model. As a result, mean forces, drag and lift, mean surface pressure, and mean flow patterns for all attack angles were met well with the experiments. It was found that computational domain in the spanwise direction gave strong impacts on fluctuations, drag, lift, and pressure, indicating that spanwise length should be long enough to evaluate quantitatively. Regarding power spectral density for fluctuating aerodynamic forces, the predictions were in good agreements with experiments in dominated frequencies. Finally, we proposed an estimation method of fluctuating aerodynamic forces with no spanwise length dependency, and confirmed the validity of the approach using the numerical results.