

k - ϵ モデルによる矩形断面柱のフラッター解析PREDICTION OF FLUTTER CHARACTERISTICS OF RECTANGULAR CROSS-SECTIONS BY k - ϵ MODEL嶋田健司¹⁾石原 孟²⁾若原敏裕³⁾Kenji SHIMADA¹⁾, Takeshi ISHIHARA²⁾ and Toshihiro WAKAHARA³⁾

ABSTRACT

In this paper, flutter analysis of rectangular cross-sections based on k - ϵ model is discussed. Recently, some successful application of the computational fluid dynamics to the simulation of flutter has been reported. It is noteworthy to mention here that almost all of the aeroelastic application has been performed so far by means of two-dimensional analysis. These good performances of 2D analysis is due to the turbulence viscosity which acts as the mimic spanwise momentum diffusion. However, two-dimensional analysis is essentially an approximation and thus it is necessary to examine physical consistency of the obtained results. In this paper, the authors have followed Matsumoto(1994, 2001), who have investigated flutter characteristics of generic rectangular cross-sections, by means of k - ϵ model and physical consistency of the obtained numerical result is examined. As a result, good agreement was obtained for $B/D=5$ and 10 cross-sections, however, for $B/D=20$ cross-section, flutter analysis indicated a conservative prediction in flutter speed.

KeyWords : Computational Fluid Dynamics, k - ϵ model, Flutter Analysis, Unsteady Aerodynamic Force

1 はじめに

本論文では k - ϵ モデルを用いた数値流体解析による矩形断面のフラッター解析の結果について述べる。近年、数値流体解析によっても空力弾性振動の再現が可能であることが報告されている。著者らは k - ϵ モデルを用いた2次元解析により鉛直たわみ渦励振¹⁾、ねじれフラッター²⁾および扁平矩形断面の非定常空気力³⁾について再現が可能であることを示した。現在のところ、これら空力弾性問題の3次元解析数値流体解析による試みはまだ多くはなく⁴⁾、そのほとんどが2次元解析であることは注目すべき点である^{5~7)}。しかし厳密には高レイノルズ数域においては流れは3次元であり、2次元断面柱といえどもスパン方向の運動量輸送の影響は無視できない。2次元解析で実験結果との定量的比較に足る結果が得られる場合も見受けられるが、これはそれぞれの手法における乱流モデルによる、あるいは数値的な粘性がスパン方向の運動量拡散としてうまく機能しているためと考えられる。その意味において2次元解析はあくまで近似であり、そこから得られる解に対しは、現象の物理的整合性の見地からその適用性に対する検討が不可欠である。

ところで、矩形断面などブラフな断面のフラッターをはじめとする空力弾性振動の性状は、断面を過ぎる流れの剥離と再付着の性状により決定づけられる。松本ら⁸⁾は $B/D=5 \sim 20$ までの数種類の矩形断面を取り上げ、非定常空気力および非定常風圧分布を詳細に調べた。その結果、1自由度ねじれフラッターや連成フラッターは、辺長比に伴う連続的な空気力の変化によって引き起こされるもので発生メカニズムの点では同じであることを示した。また、Step-

¹⁾ 清水建設(株)技術研究所・博士(工学)(〒135-8530 江東区越中島3-4-17)

²⁾ 東京大学大学院工学系研究科社会基盤工学専攻・助教授・工博(〒113-8656 東京都文京区本郷7-3-1)

³⁾ 清水建設(株)和泉研究室・工博(〒100-0011 千代田区内幸町2-2-2 富国生命ビル27F)

by-step解析による複素固有値解析^[9]を行い、フラッター特性値、すなわちフラッター振動数や対数減衰率に及ぼす非定常空気力各成分の役割に関して詳細な議論を行っている。本論文では松本らと同様な方法で、 k - ε モデルにより求められた非定常空気力やフラッター特性値の結果が実験結果とどのような対応関係にあるかを考察することを通してフラッター予測手法への同手法の適用性を検討する。

2 解析手法

解析は式(1)～(3)に示す k - ε モデルにより行った。

$$\frac{DU_i}{Dt} = -\frac{\partial}{\partial x_i} \left(P + \frac{2}{3}k \right) + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(v + v_i) \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \right] \quad (1)$$

$$\frac{Dk}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(v + \frac{v_i}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + P_k - \varepsilon \quad (2)$$

$$\frac{D\varepsilon}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(v + \frac{v_i}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + (C_{\varepsilon 1} P_k - C_{\varepsilon 2} \varepsilon) \frac{\varepsilon}{k} \quad (3)$$

乱流エネルギーの生産項には式(4)で示すKato-Launderによる修正型 k - ε モデル^[10]を用いた。

$$P_k = C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \sqrt{\frac{1}{2} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right)^2} \sqrt{\frac{1}{2} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right)^2} \quad (4)$$

物体近傍には式(5)(6)で示すTwo-Layerモデル^[11]を用い、同時に格子を物体壁面に集中的に集めることで再付着流れに対応した。

$$\varepsilon = \frac{k^{3/2}}{l_\varepsilon}, \quad v_i = C_\mu k^{1/2} l_\mu \quad (5)$$

$$l_\mu = C_\mu y \left[1 - \exp \left(-\frac{R_{y_i}}{A_\mu} \right) \right], \quad l_\varepsilon = \frac{C_\varepsilon y}{1 + 5.3 / R_{y_i}} \quad (6)$$

圧力に関しては以下のPoisson方程式を解くことにより求める。

$$\nabla^2 P = -\frac{\partial}{\partial x_i} \left(U_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \right) + \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} \left[v_i \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \right] + \frac{\nabla_i U_i^n}{\Delta t} \quad (7)$$

表1 解析法の概要

解くべき方程式	1)運動量輸送方程式		解法	MAC法 (Marker and Cell method)		
	2)乱流エネルギーの輸送方程式			流速	流入条件	Dirichlet条件 (流速規定)
	3)乱流エネルギーの散逸率の輸送方程式				流出条件	自由流出条件
	4)圧力のPoisson方程式				物体境界	no-slip条件
座標系	一般曲線座標系 (格子: O型格子)		境界条件	kおよびε	流入条件	Dirichlet条件
乱流モデル	Reynolds平均モデル(RANS)				流出条件	自由流出条件
	乱流エネルギーの生産項	修正型k-εモデル			物体境界	k=0,εはTwo-Layerモデルによって定める
	物体近傍のkおよびε	Two-Layerモデル		圧力	遠方境界	Dirichlet条件
離散化手法	有限差分法 (空間に関して2次精度の中心差分)				物体境界	Neumann条件 (法線方向微分がゼロ)
	移流項 (流速成分)	3次精度風上差分 (Kawamura-Kuwahaスキーム)		時間積分	1次精度Euler陰解法	
	移流項 (kおよびε)	1次精度風上差分				

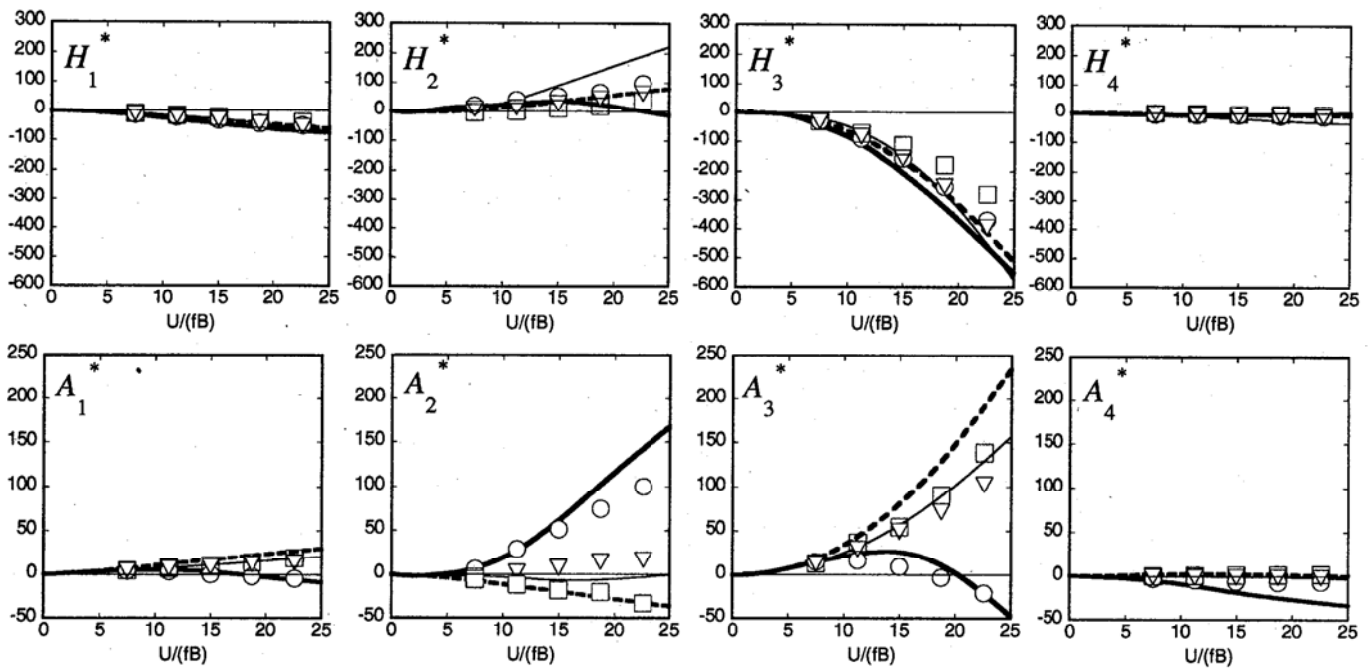


図2 扁平矩形断面の非定常空気力係数の実験結果と解析結果の比較

○; B/D=5, ▽; B/D=10, □; B/D=20 以上実験結果^[8], —; B/D=5, ---; B/D=10, - · -; B/D=20 以上 $k-\epsilon$ model

Reynolds数は $Re = UD/\nu = 2.2 \times 10^4$ (ここに B, D : 流れ方向長さおよび見附幅)とした。加振はたわみについて $\eta_0/B = 0.025$, ねじれについて振幅 $\phi_0 = \pm 2^\circ$ で振動数スイープにより行った。格子点数は $320 \times 200 = 64,000$ である。解析法の概要をまとめると表1のようになる。なお解析の詳細に関しては例えば文献[1]を参照されたい。

3 非定常空気力の解析結果

非定常空気力の定義は文献[8]にならい式(8)および(9)にしたがった。

$$L = \frac{1}{2} \rho (2b) U^2 \left(kH_1^* \frac{\dot{\eta}}{U} + kH_2^* \frac{b\dot{\phi}}{U} + k^2 H_3^* \phi + k^2 H_4^* \frac{\eta}{b} \right) \quad (8)$$

$$M = \frac{1}{2} \rho (2b^2) U^2 \left(kA_1^* \frac{\dot{\eta}}{U} + kA_2^* \frac{b\dot{\phi}}{U} + k^2 A_3^* \phi + k^2 A_4^* \frac{\eta}{b} \right) \quad (9)$$

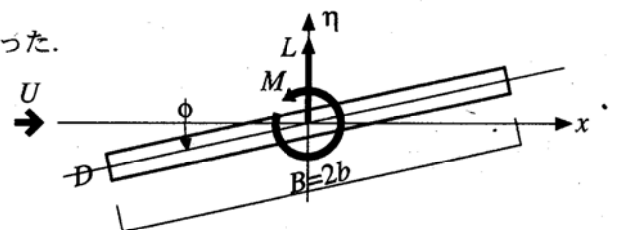


図1 座標と風力成分の定義

ここに、 $k = b\omega/U$ である。図2には $B/D=5, 10$ および 20 の非定常空気力の解析結果を示す。ここでは例としてねじれフラッターの発現に関する指標とされる A_2^* について述べる。 $A_2^* > 0$ の場合、ねじれフラッターが発現し、 $A_2^* < 0$ の場合には連成フラッターの発現の可能性がある。解析結果では $B/D=5$ では正、 $B/D=10$ でほぼゼロ、 $B/D=20$ で負となっており実験結果を概ね再現している。その他の係数について仔細に見ると、例えば A_3^* にもちがいが見られるがその原因については今後の課題である。

4 非定常風圧分布の解析結果

図3には非定常風圧分布の結果として $U/fb=7.5$ および 22.4 における変動風圧係数 $|C_{p_m}|$ と加振変位に対する位相差を示す。解析結果は実験結果に概ね対応しているが、 $B/D=20$ の場合に変動風圧係数と位相差ともに $5 < x/D < 10$ の部分で実験結果との差が目立つ。また図4には瞬間流線を示すが、変動風圧係数が大きい部分は剥離バブルのある部分に対応している。図より剥離バブルの大きさは松本らの指摘と同じくアフターボディの長さにはあまり関係なく、図から見ると概ね $L_f/D=5$ である。図5には変動風圧係数のピーク値と同図(b)に示す相対迎角に対する変化を示すが、松本らの指摘と同様、解析結果にも相対迎角と変動風圧係数のピーク値の間には線形関係が認められる。

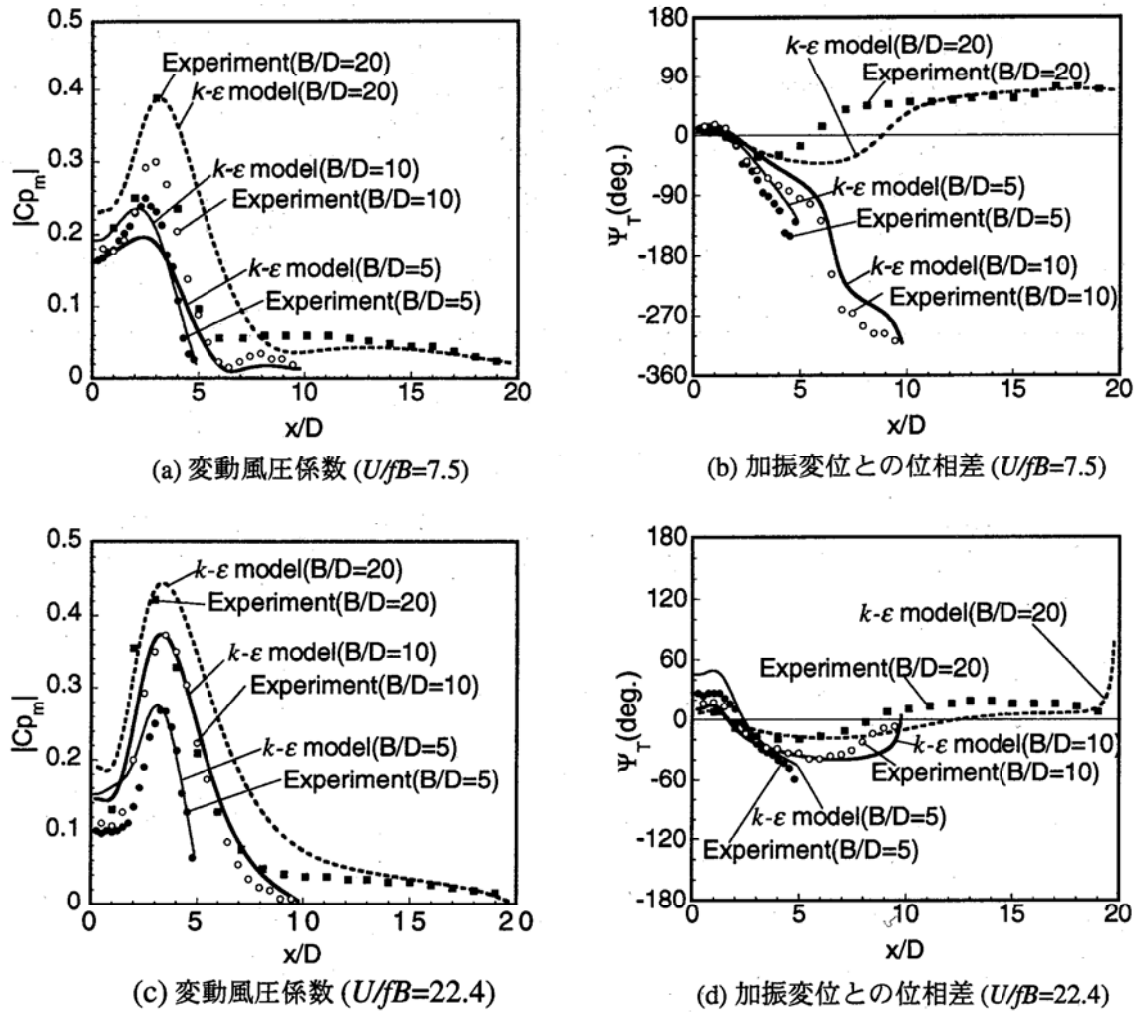


図3 非定常風圧分布の実験結果と解析結果の比較 (ねじれ加振: $\phi_0=2^\circ$, 実験結果: 松本^[8])

5 フラッター解析結果

固有値方程式は空気力を表す式(8)および(9)のもとで宮田らの直接法^[12]に従うと、式(10)のように表される。

$$\omega^2 \begin{bmatrix} 1 + \frac{\rho b^2}{M} (H_4^* + iH_1^*) & \frac{\rho b^3}{M} (H_3^* + iH_2^*) \\ \frac{\rho b^3}{I} (A_4^* + iA_1^*) & 1 + \frac{\rho b^4}{I} (A_3^* + iA_2^*) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} Y \\ \Phi \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega_{n_0}^2 & 0 \\ 0 & \omega_{n_0}^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} Y \\ \Phi \end{Bmatrix} \quad (10)$$

この方法では、式(8)および(9)の空気力に対して無次元振動数のみを与えることで反復計算なしで固有値および固有ベクトルを求めることができる。フラッター振動数および対数減衰率は式(11)から求めた。

$$\omega_f = |\omega_j|, \quad \delta_j = 2\pi \frac{\Im(\omega_j)}{|\omega_j|} \quad (11)$$

ここで無風時の構造特性は松本ら^[9]と同じ $M=1.96\text{kg/m}$, $I=4.9 \times 10^3\text{kgm}$, $f_{n_0}=4.5\text{Hz}$, $f_{\phi_0}=6.0\text{Hz}$, $B=(2b)=0.15\text{m}$ とした。

図6には低風速ねじれフラッタータイプの $B/D=5$, 高風速ねじれフラッタータイプの $B/D=10$ およびねじれ分枝連成フラッタータイプの $B/D=20$ の各結果を示す。なお図中には本複素固有値解析の妥当性を検証するために文献[10]の Step-by-step 解析による結果 (図中 "Step-by-step" で示す) と、文献[8]の非定常空気力から本複素固有値解析により得られた結果を示した。図6(a)~(c)を見ると振動数に関してはいずれのタイプについても本解析結果は実験値とほぼ

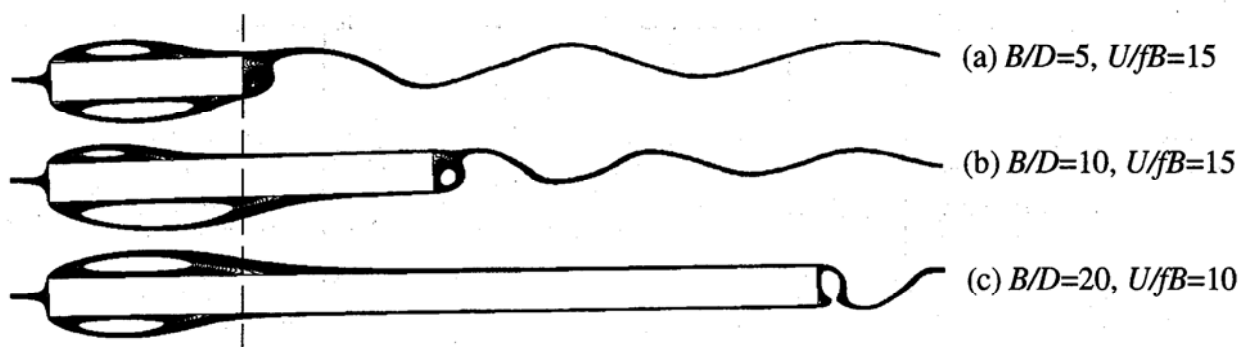
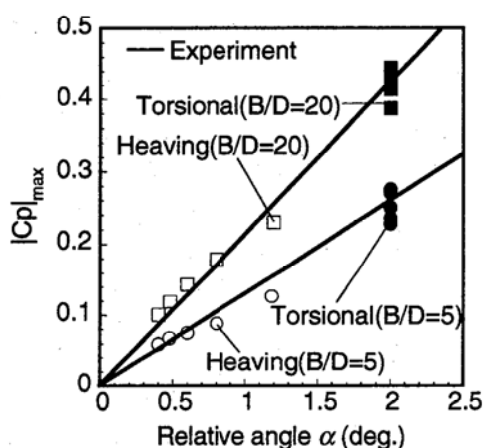
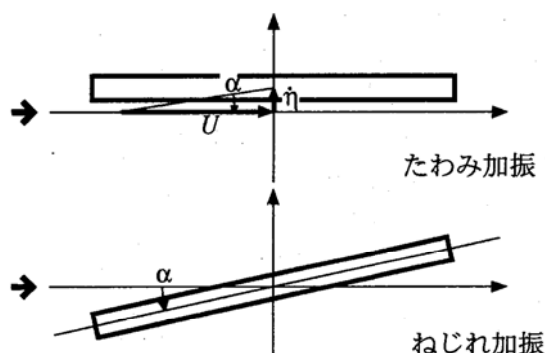


図4 瞬間流線の辺長比によるちがい (ねじれ加振: $\phi_0=2$ degree. 点線は風上から 5D の位置を示す)



(a) $|Cp_m|$ のピーク値



(b) 相対迎角の定義

図5 相対迎角と変動風圧係数のピーク値との関係

よい対応を示している。特に図6(c)ではねじれ分枝連成フラッターの特徴、すなわち無次元風速が大きくなるとたわみ分枝とねじれ分枝の振動数が近接する傾向が本解析結果にもはっきりと表れている。対数減衰率に関しては実験結果も本解析結果もたわみ分枝では常に正になっている。ただし図6(d)を見ると実験結果は緩やかな増大傾向にあるのに対して、本解析結果は概ね $U=12$ から減少に転じている。図2の非定常空気力係数を見ると $B/D=5$ では A_4^* で実験結果が概ねゼロであるのに対し、解析結果は $A_4^* < 0$ となり傾向を異にしている。図6(d)には A_4^* のみ実験値を用いた解析結果を示すがこの点は改善されることから、空気力係数 A_4^* における実験値と解析結果の相違が関係していると考えられる。一方、ねじれ分枝では辺長比が大きくなるにつれてフラッター限界風速が高くなる傾向は実験結果も本解析結果も同様である。しかし本解析結果では $B/D=20$ では実験結果に比べてかなり安全側の評価となっている(図6(f))。ところで松本らの step-by-step 解析によればねじれ分枝の対数減衰率に主たる寄与を及ぼす空気力係数は A_2^* と $A_1^*|H_3^*|$ である¹⁰⁾。図6(f)には A_1^* と H_3^* を実験値に置き換えたものを示すが、フラッター限界風速は幾分か改善されることからこれらの係数の予測精度に関係している。そしてこれらは既に述べたように非定常風圧分布の $5 < x/D < 10$ の部分の差によってもたらされているものと考えられる。この部分は図4からは前縁で剥離した流れが再付着する部分であることがわかる。したがって乱流モデルあるいは解析手法における再付着の再現性に関係しているものとも考えられるが、この点に関しては今後の課題である。

6 まとめ

修正型 $k-\epsilon$ モデルによる2次元数値流体解析より辺長比 $B/D=5, 10$ および 20 の矩形断面の非定常空気力を算出した。この結果をもとに複素固有値解析を行った。その結果、低風速ねじれフラッター、高風速ねじれフラッターおよ

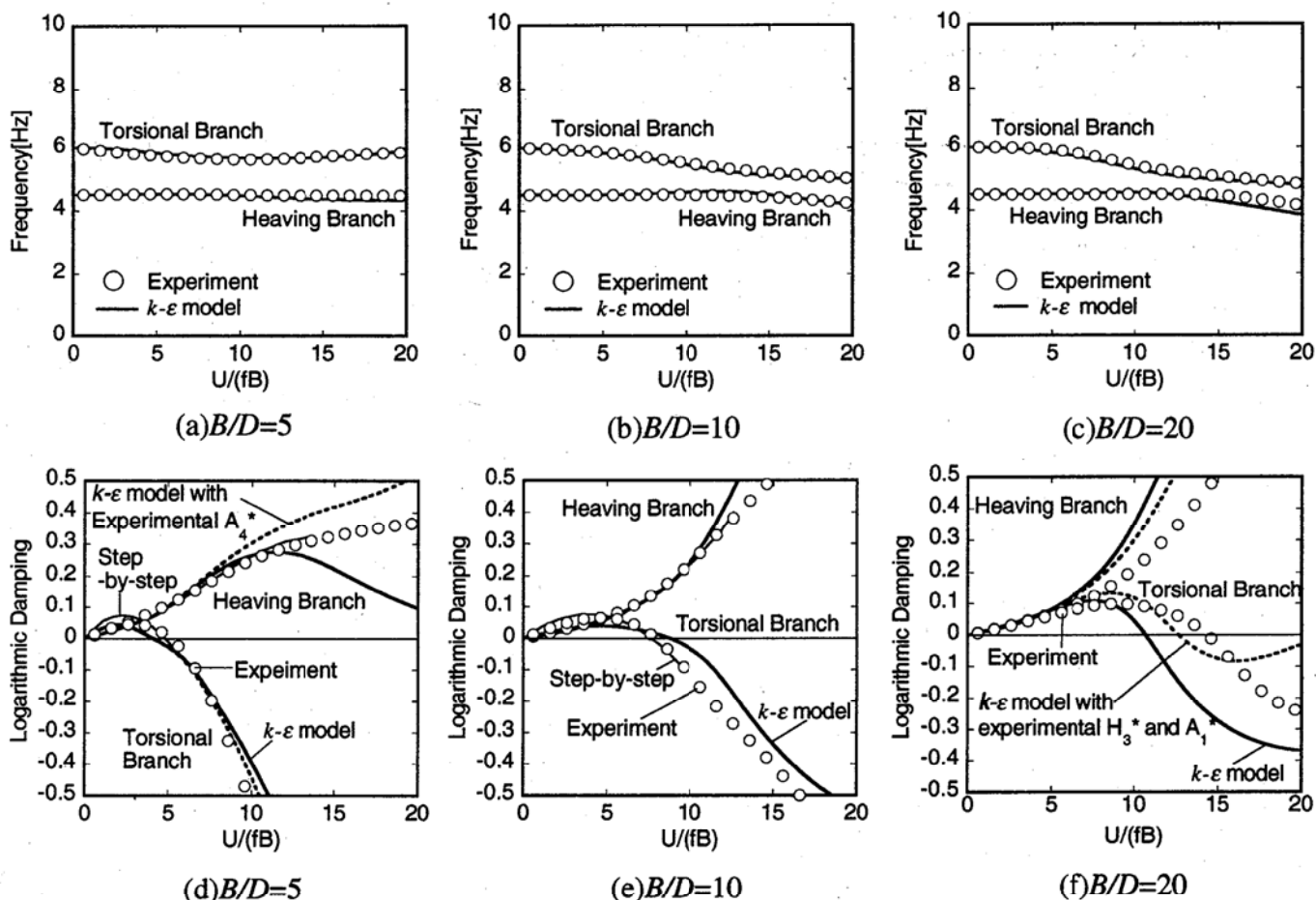


図6 B/D=5, 10 および 20 の矩形断面の複素固有値解析結果 ($M=1.96\text{kg/m}$, $I=4.9 \times 10^3\text{kgm}$, $f_{n0}=4.5\text{Hz}$, $f_{g0}=6.0\text{Hz}$, $B(=2b)=0.15\text{m}$).

びねじれ分枝連成フラッターに関して既往の研究と同様な結果が得られ、フラッター振動数や対数減衰率の変化についても大局的な把握は可能であることが確認できた。ただしB/D=20ではフラッター限界風速はかなり安全側の予測になる傾向が見られた。

【参考文献】

- [1] 嶋田健司, 石原 孟: 矩形断面柱の空力特性とB/D=2断面柱の空力弾性振動のk-εモデルによる数値解析, 第15回風工学シンポジウム論文集, 161-166, 1998.12
- [2] 嶋田健司, 石原 孟: 2次元矩形断面のねじれ空力弾性振動予測に関するk-εモデルの適用性, 第16回風工学シンポジウム論文集, pp.173~178, 2000
- [3] 嶋田健司, 石原 孟: k-εモデルによる扁平矩形断面の非定常空気力評価, 第50回理論応用力学講演会論文集, 97-98, 2001.1
- [4] 丸岡晃・渡邊茂・平野廣和: 扁平矩形断面の非定常空気力に関する数値流体解析, 土木学会第56回年次学術講演概要集 第1部(b), 708-709, 2001.10
- [5] Larsen, A. and Walther, J.(1998), "Discrete vortex simulation of flow around five generic bridge deck sections", *J. of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 77 & 78, 591-602.
- [6] Kuroda, S., "Numerical computations of unsteady flows for airfoils and non-airfoil structures", AIAA Paper 2001-2714 (AIAA Accession number 31229) AIAA Fluid Dynamics Conference & Exhibit, 31st, Anaheim, CA, June 11-14, 2001
- [7] Shirai, S. and Ueda, T., "Numerical Investigation on Stabilizers Installed in Slotted Box Girder of Suspension Bridge", Proc. of "Advances in Wind and Structures", 2002
- [8] 松本 勝・新原雄二・小林裕輔: 構造基本断面のフラッター発生機構に関する研究, 構造工学論文集, Vol.40A, 1019-1024, 1994
- [9] 松本 勝・谷脇好徳・四條利久磨: 振動数特性から考察したフラッタータイプ, 第16回風工学シンポジウム論文集, 345-350, 2000
- [10] Kato, M. and Launder, B. E. (1993), "The modeling of turbulent flow around stationary and vibrating square cylinders", *Ninth symposium on "Turbulent shear flows"*, Kyoto Japan.
- [11] Norris, L.H. and Reynolds, W.C., Rep. No. FM-10, Dept. of Mech. Engrg., Stanford University, Stanford, Calif., 1975
- [12] 宮田利雄・山田 均・太田博文: 立体骨組み解析法による横たわみしたトラス補剛吊橋の曲げねじれフラッター解析, 土木学会論文集, 第404号/I-11, 1989.4