流体解析における新しい並列解法の提案

東京大学大学工学部　学生員　Pham Van Phuc
東京大学大学院工学系研究科　正会員　石原孟
東京大学大学院工学系研究科　フェロー　藤野陽三

1.　はじめに

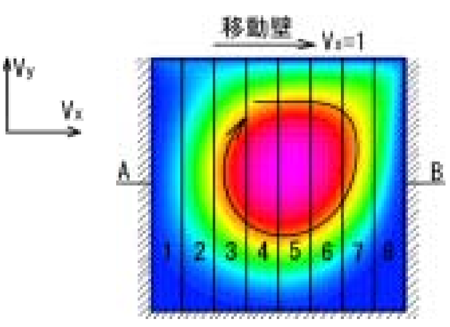
風による構造物のギャロッピング振動を予測する際には空気力係数が必要となる。しかし、空気力係数の計算には3次元非定常流体解析が必要なため、多くの計算時間がかかり、並列計算が不可欠である。しかし、並列計算では多数のコンピュータを用いれば、必ず速くなるとは限らない。

本研究では並列計算を高速するために従来の並列解法の問題点を明らかにし、線形連立方程式における高速かつ安定な新しい並列解法を提案する。

2.　領域分割

複数台のコンピュータを用いて並列計算を行う場合には、領域分割手法がよく用いられる[1)]。すなわち、全体の計算領域をいくつかの小さな領域に分割し、それぞれの領域を近隣領域の境界値を境界条件として独立に解く。分散メモリ型の並列計算機を用いる場合にマシン間に通信が必要となる。

図 1 には本研究で開発した並列計算コードを用いて計算された2次元キャビティ内の流れ場を示す。8つの領域間の流れ関数コンターはなめらかにつながっている。図2には1つ領域と8つの領域に分割されたときの計算結果の比較を示し、その差は0.006%となり、よく一致した解が得られることが分かる。



Re=1000
160x160CVs
誤差：0.0001

図-1　二次元キャビティ内の流れ関数のコンター

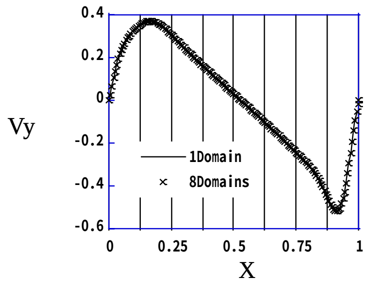


図-2　1領域と8領域で計算されたAB断面での速度成分Vyの比較

3.　線形連立方程式の並列解法

流体解析においては、Poisson方程式を解く部分が計算時間の大部分を占める。従来の並列解法の問題点を明らかにするために式（1）に示すようなポワソン方程式を例として用いた。境界条件はDirichlet境界条件として、計算格子は256×256とした。

$$\frac{\partial^2\phi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\phi}{\partial y^2}=\left(\sum_i \sin(k_i\pi x)\right)\sin(\pi y) \qquad (1)$$

$$k_i = 1,2,8,20$$

3.1 従来の並列解法

並列数値解法としては非構造格子用の GS (Guass-Seidel)[1)],構造格子用の SIP(Strongly Implicit Procedure)[1)]を用いて、シリアル計算（単一領域）と領域分割による並列計算を行った。0.001残差でシリアル計算ではSIP法はGS法より10倍も速い。

図3には領域分割よる並列計算の収束状況を示し、シリアル計算による収束までの反復回数で無次化した。領域の数が増えてもGS法の反復回数はほとんど変わらない。一方、SIP法の反復回数は領域の数が増えるにつれ、大幅に増大する。以上のことから、シリアル計算での速い数値解法はそのまま並列計算に適用することができないことが分かる。この理由としてGS法では、データの依存関係がローカルのため、解析速度は領域分割の影

キーワード: 並列計算、領域分割、並列解法、残差切除法
連絡先　: 〒113-8656 東京都文京区本郷7-3-1 tel. 03-5841-6099; fax. 03-5841-7454

響を殆ど受けない。一方、SIP 法ではデータの依存関係がグローバルのため、領域分割によりその関係が破壊されてしまう。従って、領域の数が増えると、反復回数が大きくなると考えられる。

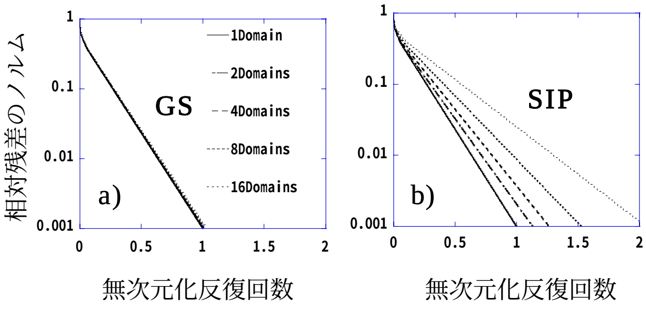


図-3　従来の並列解法による収束の様子

3.2 新しい並列解法

図４には本研究で提案した新しい並列解法のフロ-チャートを示す。まず GS 法あるいは SIP 法などを用いて、ローカル通信（LC）により各領域における近似解を求める。そして、グローバルな通信（GC）により各マシンの残差を１台マシンに集め、最小２乗法により全体の誤差を最小となるように係数を決定する。最後に、これらの係数をグローバルな通信により各マシンに配送し、新しい推測値を求める。このようなプロセスを収束条件を満足するまでに繰り返す。

図-4　新しい並列解法の流れ

新しい並列解法では従来の並列解法のようにローカルな残差を消去するだけではなく、残差切除法（RCM：Residual Cutting Method）を組み込むことによりグローバルな残差も消去できる [2)]。これにより、高速かつ安定な並列解法を実現した。

図５には新しい並列解法による収束状況を示す。SIP 法と RCM 法とを組合せた場合には領域の数が増えても反復の回数がほぼ一定となった。

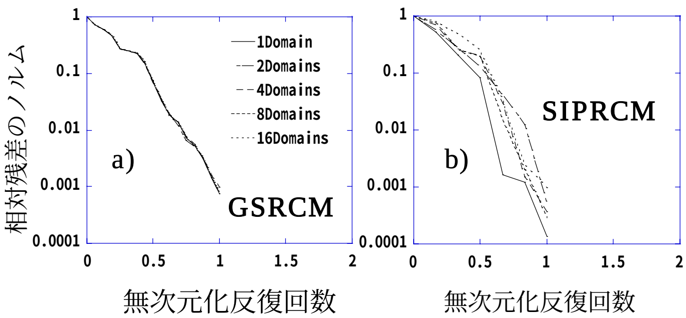


図-5　新しい並列解法による収束の様子

3.3 加速率の比較

図６には各種の並列解法による CPU 数と加速率の関係を示す。新しい並列解法を用いた場合に、計算の加速率と CPU 数との関係がほぼ直線となる。すなわち、CPU の数が多くなると、計算が高速になることが分かる。

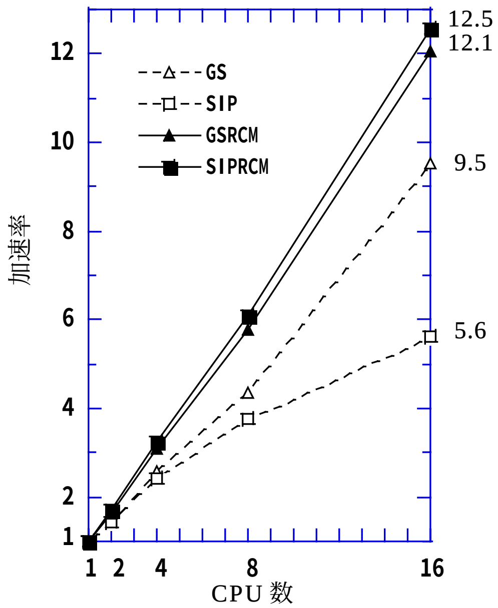


図-6 各種の並列解法による CPU 数と加速率の関係

4.　まとめ

本研究では従来の並列解法の問題点を明らかにし、グローバル残差を消去できる残差切除法を組み込むことにより、高速かつ安定な並列解法を実現した。

参考文献

１） J.H.Ferziger and M.Peric: Computational Methods for Fluid Dynamics. Springer, 2002。

２）石原孟、山口敦、藤野陽三：複雑地形における局所風況の数値予測と大型風洞実験による検証、土木学会論文集、2003.4（掲載予定）。