

複雑地形における局所風況の数値予測と 大型風洞実験による検証

石原 孟¹・山口 敦²・藤野 陽三³

¹ 正会員 工博 東京大学助教授 大学院工学系研究科社会基盤工学専攻 (〒 113-8656 東京都文京区本郷 7-3-1)

E-mail: ishihara@bridge.t.u-tokyo.ac.jp

² 学生員 工修 東京大学 大学院工学系研究科社会基盤工学専攻 (同上)

E-mail: atsushi@bridge.t.u-tokyo.ac.jp

³ フェロー会員 Ph.D. 東京大学教授 大学院工学系研究科社会基盤工学専攻 (同上)

E-mail: fujino@bridge.t.u-tokyo.ac.jp

本研究では複雑地形における局所風況を数値的に予測するために必要な計算領域の大きさを明らかにするとともに、新しい境界処理手法と数値解法を提案し、大型風洞実験によりその妥当性を検証した。まず計算領域の大きさに関して、計算領域の高さ、幅、上流境界の位置が流れ場に与える影響を明らかにした。また境界処理方法として、地形の体積が一定となるような緩衝領域を境界付近に設置するとともに、対象領域と同じ程度の大きさの付加領域を上流に設置する手法を提案した。さらに大規模線形連立方程式の数値解法について詳細な比較検討を行い、高速かつ安定な数値解法を提案した。最後に実地形模型を用いた大型風洞実験を行い、本研究で開発した数値予測手法が従来の手法より複雑地形上の局所風況を精度よく予測できることを実証した。

Key Words: *complex terrain, local wind prediction, non-linear model, boundary condition, solution method, wind tunnel test*

1. はじめに

複雑地形上の風は地形の影響を受けて局所的に大きく変化する。構造物の風荷重や風力発電量は風速の2~3乗に比例するため、複雑地形上に建設される構造物の風荷重や風力発電量を正確に評価するためには、風速を精度よく予測する必要がある。特に日本では国土の4分の3が山地であり、橋梁、送電線鉄塔、大型風車などの構造物は山岳地帯に多く建設されているため、複雑地形に適用できる局所風況予測手法の開発が強く望まれる。

複雑地形上の局所風況を定量的に予測する手法としてはこれまでに風洞実験が広く用いられてきた。風洞実験は一般に流体力学の相似則に基づいているため、風洞内に作られた流れ場は実際の風を再現しており、この流れ場を正しく計測できれば、風洞実験から得られた風速データは信頼性が高い。しかし、地形上の風を風洞内に再現するには地形模型が必要となる。一般に地形模型を製作するには多大な時間と費用がかかる上、再現可能な範囲も風洞の大きさにより制限される。これまでに建設された土木構造物の数の膨大さとその分

布の広さを考えると、広域風況データを風洞実験により求めることは困難である。一方、数値解析は風洞実験のような制約を受けることがなく、広い範囲の地形を取り扱うことができる。また数値解析では解析空間内のすべての風速データを一度に得ることができるため、風洞実験に比べて低コストかつ短時間で複雑地形上の局所風況を予測できるメリットがあり、局地風況の詳細データの取得や広域風況マップの作成に適している。複雑地形における局所風況の高精度数値予測モデルの開発は複雑な地形に囲まれる橋梁や架空送電施設の耐風安全性の向上、強風災害の低減、列車運行の安全性の確保に貢献すると共に、山地の多い我が国における風力エネルギー資源の有効利用にも寄与する。

緩やかな地形の場合には流れの剥離を伴わないため、地形の存在が元の乱流境界層に与える影響を微少擾乱と考え、流れの支配方程式を線形化することができる。緩やかな地形上の流れ場の近似解法としては、Jackson and Hunt (1975)¹⁾ により提案された線形モデルが最も有名である。線形モデルはその後改良を重ね、Mason and Sykes (1979)²⁾ により3次元に、またWalmsley et al. (1986)³⁾ により任意地形に適用できるように拡張さ

れた。線形モデルは風況予測システム WAsP⁴⁾として、風力エネルギーの分野でヨーロッパを中心に広く使われている。しかし、地形の勾配が大きくなると線形モデルの予測精度は悪くなる。大木ほか⁵⁾は傾斜角 7.5 度~45 度までの斜面を持った山型斜面を越える流れを線形モデルを用いて解析し、傾斜角が 15 度以上のときに山の下り斜面において線形モデルによる風速の予測が実験値を大きく過大評価することを示した。これは線形モデルが急峻な地形に伴う流れの剥離とそれに伴う減速を再現できないためである。日本の地形は急峻であり、線形モデルを用いて風速を予測した場合には誤差が大きいことが報告されている^{6),7)}。

流れの支配方程式を線形化せずに数値的に解く手法も研究されている。前述の線形モデルに対して、この手法は非線形モデルと呼ばれている。非線形モデルでは用いる地形の傾斜に対して制限はなく、剥離を含む流れを再現することができる。非線形モデルを用いて剥離を含む地形上の流れを解析した最初の例としては Coelho and Pereira (1992)⁸⁾の研究が挙げられる。彼らは曲面をもつ 2 次元山に対し、一般曲線座標系に基づく有限体積法を用い、標準 $k-\epsilon$ モデルと低レイノルズ数 $k-\epsilon$ モデルにより、2 次元山の背後の剥離流を調べた。その結果、平均速度の予測結果は実験値とよく一致したが、乱流剪断応力及び乱れの標準偏差の予測結果は実験値を大きく下回った。3 次元山の後流を解析した例としては Utnes and Eidsvik (1996)⁹⁾の研究が挙げられる。彼らは最大傾斜角 50 度の 2 次元と 3 次元山を越える流れ場を標準 $k-\epsilon$ モデルにより調べ、3 次元山背後の剥離域が 2 次元山の剥離域より狭いことや剥離域での変動速度が小さいことを解析により明らかにした。ただし、この論文の中では 3 次元山のケースについて実験との比較が行われておらず、数値モデルによる 3 次元複雑剥離流の予測精度は不明である。最近、石原と日比^{10),11)}は 3 次元と 2 次元の山を越える流れを標準 $k-\epsilon$ モデルと Shih の非線形 $k-\epsilon$ モデルを用いて解析し、風洞実験と比較した結果、山の下り斜面で Shih の非線形 $k-\epsilon$ モデルによる予測が実験値との整合性がよいことを示した。非線形モデルはいろいろなタイプの地形上の流れにも適用されてきた^{13)~23)}が、いくつかの問題点が残されている。

まず、非線形モデルは境界の影響を敏感に受けるため、非線形モデルを用いて地形上の風の流れを解析する際には、計算領域の設定が問題となる。例えば計算領域の高さが低い場合は流れ場は上面境界の影響、計算領域の幅が狭い場合は側面境界の影響を受ける。これはいわゆる閉塞率の問題である。風洞実験では閉塞率を 5%以下に設定することを推奨している¹²⁾。これ以外に、上流境界の問題もある。一般に風洞実験では

境界層を発達させるために、地形の上流側に長い助走領域が設けられ、上流境界が流れ場に影響を与えることは殆どない。一方、数値解析においては計算格子数を節約するために上流境界の位置は地形になるべく近い場所に設置する傾向が見られる。従って、解析領域の設定が流れ場の予測に悪影響を与えないように考慮する必要がある。しかし、計算領域の設定方法に関しては系統的に行った研究例は殆ど見当たらない。

さらに、境界の処理手法についても問題が残されている。例えば、Hewer (1998)¹⁷⁾は $k-l$ モデルに基づく非線形モデルを用いて、単純な形をした実地形上の流れを計算した。境界条件としては周期境界条件を採用したが、周期境界条件は一般の複雑地形上の流れの解析に使用することはできない。串岡ほか (1994)¹⁵⁾は標準 $k-\epsilon$ モデルに基づく非線形モデルを用いて実地形上の流れを解析した。境界条件としては対称面境界条件を採用した。対称面境界条件は計算領域内の流れ場に影響を与え、また地球の自転によるコリオリ力を考慮した支配方程式を用いる際には利用できないという欠点がある。Maurizi et al. (1998)¹⁸⁾も標準 $k-\epsilon$ モデルに基づく非線形モデルを用いて実地形上の流れを解析した。境界処理手法としては、計算領域境界近傍に緩衝領域を設ける手法を用いた。しかし Maurizi et al. の境界処理手法では単に領域の端部の標高を水平に延ばしただけであり、緩衝領域内の地形の体積は元の地形の体積と異なるという問題がある。更に複雑地形上の流れ場を考える際には上流地形の影響を考慮しなければならない。現時点ではこの影響を考慮した境界処理手法は提案されていない。

最後に、実地形上の流れ場を解析するには数十万から数百万の計算格子を要するため、計算時間も問題となる。例えば、Hewer の研究¹⁷⁾では陽解法を用いて 15 万の計算格子の解析を行い、1 風向の計算に 18 日を要した。陽解法は数値安定性の制約を受けるため、格子間隔が小さくなるにつれ解析時間が急速に増大する。この問題を回避するために、Maurizi et al.¹⁸⁾は半陰解法の SIMPLE 解法を用いて 30 万の計算格子の解析を行い、1 風向の計算時間を 1 日にまで短縮した。この解析では間隔 200m の格子を使用した。日本の複雑地形上の流れ場の解析には最低 50m の格子間隔を用いなければならない。10km 程度の領域を解析しようとする 100 万以上の計算格子数が必要となる²¹⁾。また、実際の風況予測には少なくとも 16 風向の解析が必要であり、実用的な計算時間内 (例えば 1 日) に解析を行うためには高速な数値解法が求められる。

以上のことをふまえ、本研究ではまず、地形上の流れを解析する際に必要な計算領域を明らかにする。次に、複雑地形に適用可能、かつ内部領域に与える影響

が少ない新しい境界処理手法を提案する。さらに大規模線形連立方程式の数値解法について詳細な比較検討を行い、複雑地形上の流れの解析に適した数値解法を提案する。最後に実地形模型を用いた大型風洞実験を行い、本研究で開発した境界処理手法と数値解法の有効性を調べるとともに、従来の線形風況予測モデルの問題点を明らかにする。

2. 数値モデル

複雑地形上の局所風況予測にはレイノルズ平均型モデルと空間平均型 LES (Large Eddy Simulation) モデルが用いられてきた。

レイノルズ平均型モデルはアンサンブル平均に基づくモデルであり、このモデルから得られる平均風速成分は、周期的な流れ成分の弱い境界層乱流の場合には時間平均となるが、物体後流内のカルマン渦の場合には位相平均となる。レイノルズ平均型モデルではアンサンブル平均からのずれはすべて乱流成分としてモデル化される。その結果、レイノルズ平均型モデルにより得られた風速場は一定または周期的である。1周期分の風速場が得られれば、流れの統計量が求まる。

これに対して、空間平均に基づく LES モデルは格子サイズ以下の変動成分しかモデル化されていないため、LES モデルから得られた風速場は基本的に乱流的であり、流れ場の統計量を求めるには支配的な渦成分の数十周期分の風速データが必要となり、計算時間はレイノルズ平均型モデルの場合に比べ格段に増える。

本研究ではレイノルズ平均型モデルを用いることにした。なお、第4, 5章で提案する境界処理方法と数値解法はこれらのいずれのモデルについても適用できる。

(1) 支配方程式と乱流モデル

直交座標系におけるレイノルズ平均型モデルの質量保存式と運動量方程式はそれぞれ以下のように表される。

$$\frac{\partial \rho \bar{u}_j}{\partial x_j} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial \rho \bar{u}_j \bar{u}_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\mu \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} - \overline{\rho u'_i u'_j} \right) \quad (2)$$

ここで、 \bar{u}_i と u'_i は物理空間での x_i 方向の速度成分の平均成分と変動成分を表わし、 \bar{p} は圧力、 ρ は流体の密度、 μ は分子粘性係数である。レイノルズ応力 $-\overline{\rho u'_i u'_j}$ は乱流エネルギー k と乱流散逸 ϵ を用いて次式により評価される。

$$\overline{\rho u'_i u'_j} = \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij} - C_\mu \rho \frac{k^2}{\epsilon} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad (3)$$

表-1 各方程式に対応する ϕ , Γ_ϕ , S_ϕ の値

ϕ	Γ_ϕ	S_ϕ
1	0	0
u_i	$\mu + \mu_t$	$-\frac{\partial p}{\partial x_i}$
k	$\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k}$	$\mu_t \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \rho \epsilon$
ϵ	$\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\epsilon}$	$C_{\epsilon 1} \frac{\epsilon}{k} \mu_t \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - C_{\epsilon 2} \frac{\rho \epsilon^2}{k}$

また、 k と ϵ は式 (4), (5) で表される輸送方程式により求める。

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \frac{\partial \rho \bar{u}_j k}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] - \overline{\rho u'_i u'_j} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} - \rho \epsilon \quad (4)$$

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial t} + \frac{\partial \rho \bar{u}_j \epsilon}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\epsilon} \right) \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} \right] - C_{\epsilon 1} \frac{\epsilon}{k} \overline{\rho u'_i u'_j} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} - C_{\epsilon 2} \frac{\rho \epsilon^2}{k} \quad (5)$$

式中の定数は標準 k - ϵ モデル²⁴⁾ の値を用い、 $C_\mu = 0.09$, $\sigma_k = 1.0$, $\sigma_\epsilon = 1.3$, $C_{\epsilon 1} = 1.44$, $C_{\epsilon 2} = 1.92$ とした。また乱流粘性係数 μ_t は乱流エネルギー k と乱流エネルギー散逸率 ϵ により、次式により計算される。

$$\mu_t = C_\mu \rho \frac{k^2}{\epsilon} \quad (6)$$

式 (1)~(5) は、従属変数を ϕ として書くと次式のようになる。

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_j \phi}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial x_j} \right) + S_\phi \quad (7)$$

ここで、速度成分の平均値を表す“ $\bar{\cdot}$ ”を省略した。各方程式に対応する ϕ , Γ_ϕ , S_ϕ を表-1 に示す。

(2) 数値解法

本解析はコロケート格子に基づく有限体積法を用いて行った。地表面近傍の解像度を高めるために、解析格子として図-1 に示すような地表面に沿った曲線座標系 ξ_j を用いた。直交座標で記述されている方程式 (7) を曲線座標系 ξ_j に変換すると、次式となる。

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{\partial \rho U_j \phi}{\partial \xi_j} = \frac{\partial}{\partial \xi_j} \left(\Gamma_\phi J q_{jk} \frac{\partial \phi}{\partial \xi_k} \right) + JS_\phi \quad (8)$$

ここで、 U_j は反変速度成分であり、

$$\begin{pmatrix} U \\ V \\ W \end{pmatrix} = J \begin{pmatrix} \xi_x & \xi_y & \xi_z \\ \eta_x & \eta_y & \eta_z \\ \zeta_x & \zeta_y & \zeta_z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix} \quad (9)$$

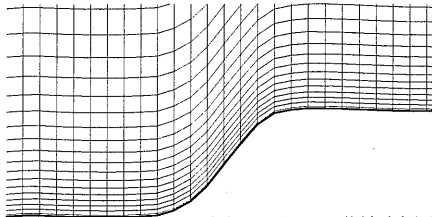


図-1 本研究で用いた地表面に沿った曲線座標系

J は変換のヤコビアンである。

$$J = \frac{\partial(x, y, z)}{\partial(\xi, \eta, \zeta)} = \begin{vmatrix} x_\xi & y_\xi & z_\xi \\ x_\eta & y_\eta & z_\eta \\ x_\zeta & y_\zeta & z_\zeta \end{vmatrix} \quad (10)$$

また q_{jk} は次のように定義される。

$$q_{jk} = \frac{\partial \xi_j}{\partial x_l} \frac{\partial \xi_k}{\partial x_l} \quad (11)$$

方程式の離散化は Patanker²⁵⁾ の方法に従った。離散化された方程式は最終的に次のようになる。

$$a_P \phi_P = \sum_{nb} a_{nb} \phi_{nb} + b_\phi \quad (12)$$

ここで a_P , a_{nb} は保存式の移流項と拡散項を表し, b_ϕ はソース項を表す。また, nb (neighbouring point) は対象とする要素に接する各要素を示す。

離散化した方程式の数値解法には Patanker²⁵⁾ により提案された SIMPLE 法を用いた。図-2 に SIMPLE 法のアルゴリズムを示す。SIMPLE 法では、離散化された非線形代数方程式を線形化して反復計算により解を求める。この反復を外部反復 (outer iteration)²⁶⁾ と呼ぶ。

図中の (1)(2)(3) では各速度成分に関する線形化された方程式を構築する。これらの式は式 (12) と同じ形になる。これらの線形方程式を第 4 章に述べる数値解法 (ソルバ) を用いて解くことにより u^* , v^* , w^* を求める。この際にも反復計算が必要であるが、この反復は内部反復 (inner iteration) と呼び²⁶⁾、前述の外部反復と区別する。このように求められた各速度成分 (u^* , v^* , w^*) は連続の式を満たしていないため、修正を要する。そこで、圧力補正方程式を (4) で解くことにより圧力の修正量を求め、各速度成分を (5) で修正する。最後に (6), (7) で残りの乱流量に関する輸送方程式を解き、収束判定を行う。

(1)~(7) の過程を運動方程式と連続の方程式の相対残差が 10^{-3} 以下になるまで繰り返す。相対残差が 10^{-3} 以下になった時点で次の時間ステップ $n+1$ に進み、 $t^{n+1} \geq t_{\max}$ となるまで計算を繰り返す。また、流れ場の定常解を求める場合には、 Δt を時間微分項が無視できる程度に大きい値 (例えば 10^{30}) とし、図-2 の一番外

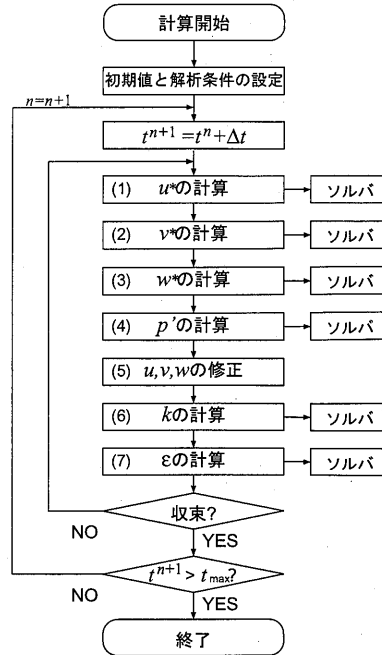


図-2 SIMPLE 法のアルゴリズム

側の反復は行わずに外部反復が収束した時点で計算を終了させる。乱流境界層内の地形上の流れは剥離を伴う場合であっても定常解が風洞実験結果と一致することが示されている¹⁰⁾。このことから、本研究で行った計算は全て定常解を求めたものである。

(3) 境界条件

本研究では風向に平行となるように計算領域を回転させ、境界条件を流入面、流出面、側面、地表面、上面の 5 種類に分けて与える。

流入面では、平均風速の風方向の成分 u と乱流エネルギー k は地面からの高さのみの関数として風洞実験または予測式から求めた値を与える。一方、平均速度の風直角方向の成分 v , w は 0 を与える。圧力は勾配 0 の条件を与え、 ϵ は次式により乱流エネルギー k と乱流の長さスケール l から求める。

$$\epsilon = \frac{C_\mu^{3/4} k^{3/2}}{l}, \quad l = \min(\kappa z, \kappa Z_G) \quad (13)$$

ここで、 κ はカルマン定数、 Z_G は境界層の厚さである。

流出面では全ての変数に対して勾配 0 の条件を与える。ただし、計算領域全体で流入量と流出量が等しくなるように流出面で平均速度成分 u に修正量を加える。

側面境界では、第一セル内の流れ場を 2 次元と仮定して求めた流れ場を境界条件とする。この手法は対称面境界条件とは異なり、地球の自転によるコリオリの力を含んだ支配方程式を用いる場合にも適用可能である。

上面では $v=0$, $w=0$ を与え、 u , k , ϵ に関しては流入面で与えた値を用いる。圧力は勾配 0 の条件を与える。

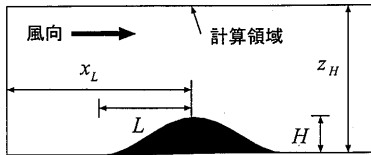


図-3 計算領域と記号の定義

地表面では、風速成分 u, v, w は 0 を与える。また、地表面第 1 セルにおける運動方程式を解く際には対数則に基づき、壁面に作用する剪断力を次式により求める。

$$\tau_w = \frac{\rho \kappa C_\mu^{1/4} k_P^{1/2} U_P}{\ln(z_P/z_0)} \quad (14)$$

ここで、添字 P は壁面第 1 セルの中心点を表し、 U_P は壁面第 1 セルの中心での接線方向流速、 z_P は壁面第 1 セルの中心から壁面までの垂直距離、 z_0 は粗度長である。

乱流エネルギー k と乱流の散逸率 ϵ に関しても同様に第 1 セル内の保存式を解くことによって求める。その時の壁面第 1 セル内の乱流エネルギーの生成 \bar{P}_k と消散率 $\bar{\epsilon}$ は P_k は ϵ の体積平均値を用い、次式により求める。

$$\begin{aligned} \bar{P}_k &= \frac{1}{2z_P} \int_0^{2z_P} \tau_w \frac{\partial U}{\partial z_n} dz_n \\ &= \frac{\tau_w^2}{2z_P C_\mu^{1/4} k_P^{1/2} \rho} \ln\left(\frac{2z_P}{z_0}\right) \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \bar{\epsilon} &= \frac{1}{2z_P} \int_0^{2z_P} \epsilon dz_n \\ &= \frac{C_\mu^{3/4} k_P^{3/2}}{2z_P \kappa} \ln\left(\frac{2z_P}{z_0}\right) \end{aligned} \quad (16)$$

ここで、壁面第 1 セル内の剪断力 τ と乱流エネルギー k はそれぞれ τ_w と k_P と仮定し、 ϵ は式 (13) により評価した。地表面での圧力境界条件は他の境界同様、勾配 0 の条件を用いた。

3. 計算領域の設定

非線形モデルを用いて地形上の流れを計算する際には、まず計算領域の大きさを決定しなければならない。計算領域を広くとれば、実際の流れ場に近しい流れを再現できるが、計算コストは増大する。解析領域の大きさが地形上の流れ場に与える影響を明らかにするため、本研究では 2 種類の地形を例として用いた。

1 つは余弦の 2 乗の断面形状を持つ 2 次元尾根、もう一つは同じ断面形状を持つ 3 次元孤立峰である。図-3 には計算領域の中心位置での xz 断面を示す。山の高さ H は 40m、山の中心から麓までの距離 L は 100m とした。また、山頂から流入境界までの距離を x_L 、計算領

表-2 各ケースの計算領域と計算結果

ケース	x_L	z_H	y_w	E_{top}^H	閉塞率
2D-std.	30H	22.5H	—	—	4.4%
2D-z1	30H	50H	—	0.6%	2.0%
2D-z2	30H	10H	—	4.4%	10.0%
2D-z3	30H	5H	—	12.4%	20.0%
2D-x1	20H	22.5H	—	0.8%	4.4%
2D-x2	10H	22.5H	—	3.5%	4.4%
2D-x3	5H	22.5H	—	9.5%	4.4%
3D-std.	30H	22.5H	20H	—	0.6%
3D-z1	30H	50H	20H	0.4%	0.3%
3D-z2	30H	10H	20H	0.8%	1.3%
3D-z3	30H	5H	20H	1.2%	2.5%
3D-y1	30H	22.5H	10H	0.4%	1.1%
3D-y2	30H	22.5H	5H	2.1%	2.2%
3D-x1	20H	22.5H	20H	0.1%	0.6%
3D-x2	10H	22.5H	20H	0.3%	0.6%
3D-x3	5H	22.5H	20H	1.5%	0.6%

域の高さを z_H とし、計算領域の風直角方向の幅を y_w とする。

本研究ではこれらの 2 次元尾根と 3 次元孤立峰に対し、 $x_L=30H$ ($=1200\text{m}$)、 $z_H=22.5H$ ($=900\text{m}$)、 $y_w=20H$ ($=800\text{m}$) のケースを標準ケース (2D-std., 3D-std.) とし、表-2 に示すように計算領域を変化させ、計 16 ケースの計算を行い、計算領域の大きさが流れ場に与える影響を明らかにした。また、山頂での地面から H の高さにおける各ケースの平均風速 (U) の標準ケース (U_{std}) に対する差 ($E_{top}^H = \left| \frac{U_{std} - U}{U_{std}} \right| \times 100$) を計算し、計算領域断面積に対する地形の断面積の割合 (閉塞率) とあわせて表-2 に示した。

(1) 計算領域の高さの影響

計算領域の高さは、計算領域上面の境界が地形上の流れ場に影響を与えないように設定する必要がある。風洞実験では閉塞率が 5% 以下であれば地形上の流れ場が境界の影響を殆ど受けないとされている。本研究の 2 次元標準ケースでは閉塞率が 4.4% となっており、この条件を満たしているため閉塞率の影響は殆どないと予想される。このことを確かめるために、計算領域の高さを 50H としたケース (2D-z1) との比較を行った。また、閉塞率を標準ケースより大きくしたときに、流れ場がどのような影響を受けるかを調べるために、計算領域の高さを 10H、5H としたケース (2D-z2, 2D-z3) の計算も行った。

2 次元尾根を越える流れに対し、計算領域の高さ z_H を変化させた場合の山頂での平均風速の鉛直分布を図-4(a) に示す。実線が計算領域の高さを 22.5H、点線が

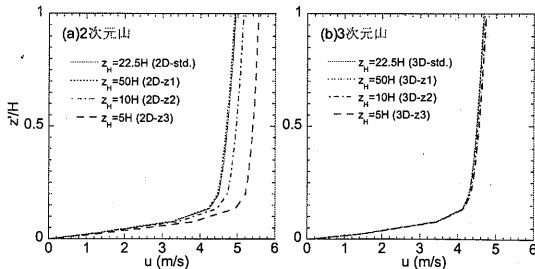


図-4 計算領域の高さによる山頂での平均風速の鉛直分布の違い

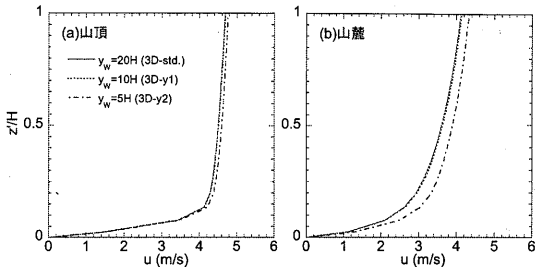


図-5 計算領域の幅による3次元孤立峰を越える流れの平均風速鉛直分布の違い

50H、一点鎖線が10H、鎖線が5Hとした場合の計算結果を示す。各ケースの閉塞率はそれぞれ、4.4%、2.0%、10.0%、20.0%となっている。計算領域の高さを22.5Hとしたケースと50Hとしたケースの間にはほとんど差が見られない。一方、計算領域の高さを10Hや5Hとしたケースでは、標準ケースに対しそれぞれ風速を4.4%と12.4%過大評価している。図-4(b)には3次元孤立峰を越える流れに対し、山頂での平均風速の鉛直分布を示す。各ケースの間に顕著な差は見られず、地面から1Hの高さにおける平均風速の差は最大で1.2%である。これは、3次元孤立峰を越える流れ場の場合には閉塞率は2次元山に比べ小さいためである。本研究の各ケースでの閉塞率はそれぞれ、0.6%、0.3%、1.3%、2.5%であり、全てのケースで5%以下となっていることが分かる。

以上の結果から、地形風を数値解析により予測する場合は風洞実験と同様に閉塞率を5%以下とすることが望ましい。

(2) 計算領域の幅の影響

3次元孤立峰に対しては、風直角方向の計算領域の幅(y_w)も流れ場に影響を与える。本研究では3次元孤立峰を越える流れ場に対し、計算領域の幅を20Hとしたケースを標準ケースとし、計算領域の幅を縮めて10H、5Hとしたケースについて解析を行った。最後のケースでは計算領域の幅と山の幅が等しい。

図-5に計算領域の幅を変化させたときの3次元孤立峰の山頂(a)と側面の麓(b)での平均風速の鉛直分布を示す。実線が計算領域の幅を20H、点線が10H、一点鎖線が5Hとしたときの結果を表す。計算領域の幅を

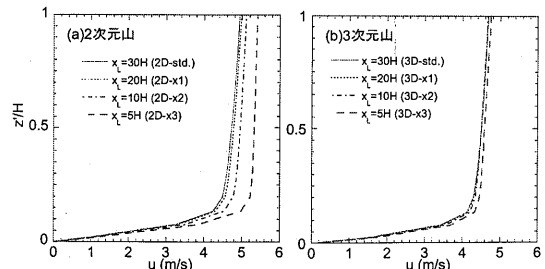


図-6 流入境界面の位置による山頂での平均風速の鉛直分布の違い

20Hとした場合と10Hとした場合には、顕著な差は見られない。しかし、計算領域の幅を5Hとしたときには平均風速の過大評価が見られる。特に、山麓ではこの傾向が顕著である。計算領域の幅を5Hとしたときの山麓で地面からの1Hの高さでの平均風速の過大評価は標準ケースに対して5.1%に達する。このケースの閉塞率は2.2%に過ぎないが、計算領域の幅が狭いと流れ場は境界の影響を強く受けることがわかる。実際、対称面条件を側面境界に適用した場合、あたかも計算領域の外側に同様な地形が存在することになる。この場合は計算領域の幅が狭いと、仮想的な地形との干渉が発生し、流れの収束が生じる。

このことから、3次元地形上の流れを予測する際には閉塞率に関係なく計算領域の幅を広くとる必要がある。

(3) 上流境界の位置の影響

計算格子数を節約するために上流境界の位置は地形になるべく近い場所に設置する傾向がある。しかし、上流境界が地形に近すぎると圧力の反射により、流れ場が上流境界の影響を受けてしまうことがある。本研究では流入境界までの距離として十分に長い距離(30H)をとったケースを標準とし、流入境界までの距離を短くして20Hとしたケース、10Hとしたケース、5Hとしたケースについて解析を行い、上流境界の設置場所の影響を検討した。

図-6(a)に、2次元尾根を越える流れについて、流入境界までの距離 x_H を変化させたときの山頂での平均風速の鉛直分布を示す。実線が流入境界までの距離を30H、点線が20H、一点鎖線が10H、鎖線が5Hとしたケースの計算結果を示す。最初の2つのケースの間には大きな差が見られないことから、流入境界を20Hの位置に設置しても境界の影響は殆どないことがわかる。これに対し、流入境界までの距離が10H以下となると、流れは流入境界の影響を強く受けることがわかる。流入境界までの距離5Hのケースでは平均風速の誤差は9.3%に達する。このことから、2次元尾根を越える流れを解析する際には閉塞率に関係なく、上流の境界は山の高さの少なくとも20倍離れた位置に設置する必要があることがわかる。

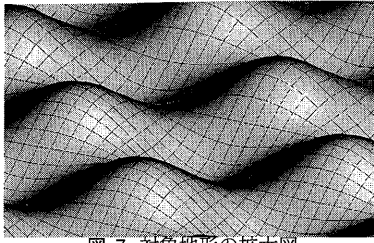


図-7 対象地形の拡大図

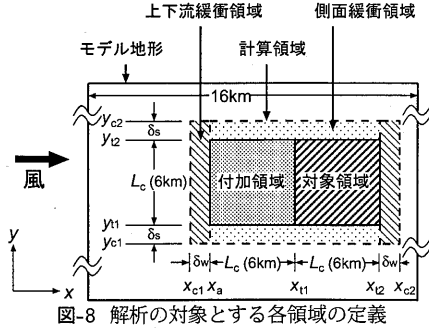


図-8 解析の対象とする各領域の定義

図-6(b)に3次元孤立峰を越える流れの結果を示す。2次元尾根に比べ、3次元孤立峰では流入境界の影響が小さい。3次元孤立峰を越える流れの場合、どのケースにも顕著な差は見られない。流入境界までの距離を $10H$ としたケースでは、地面からの $1H$ の高さでの平均風速の標準ケースに対する差は0.3%である。これらのことから3次元孤立峰型の地形に対しては上流境界の位置は山の高さの10倍以上離れた位置に設置すればよいことがわかる。

4. 境界処理手法の提案

単純地形と異なり、複雑地形上の流れを数値的に解析する場合には、連続と連なる実地形の一部を取り出して計算する必要がある。その際に、取り出した計算領域の境界をどのように処理するのか、また上流の地形の影響をどのように考慮するのが問題となる。本章では実地形上の流れの解析に適用できる境界処理手法と上流地形の影響について述べる。

(1) 地形のモデル化

実際の地形は千差万別であり、一つの地形で代表させることは難しい。そこで本研究では二重余弦波の形状を持つ3次元地形をモデル地形として用いた。この地形の表面形状 $h(x, y)$ は次の式で表される。

$$h(x, y) = \frac{H}{2} + \frac{H}{2} \cos\left(\frac{2\pi x}{L}\right) \cos\left(\frac{2\pi y}{L}\right) \quad (17)$$

ここで、 $H/2$ は波高、 L は波長である。 x, y はそれぞれ風方向、風直角方向とし、 z は鉛直方向を表す。また、地面からの高さは z' と定義する。本研究では、 $H=200\text{m}$,

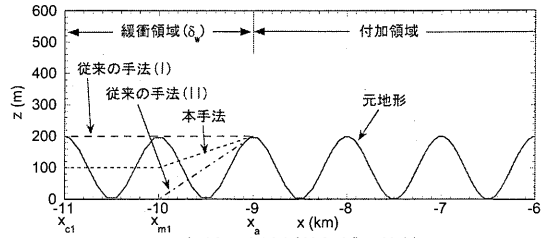


図-9 各種の上流緩衝領域の比較

$L=1000\text{m}$ とした急峻な地形を例として用いた。図-7にはモデル地形の拡大図を示す。この地形は y 方向には無限に連なり、 x 方向には 16km の広がりを持っている。また、 y が L の整数倍に等しい鉛直断面($x-z$ 断面)は風に対して対称面となる。

図-8には解析の対象とする各領域を示し、図中に斜線で示す正方形(一辺の長さ 6km)が風況予測の対象領域、その上流に付加領域、さらにその周囲に緩衝領域がある。計算領域はこれら全ての領域を含む領域で、図に点線で示す。本研究では対象領域の中心に原点をとり、また各領域の大きさを表す記号を図-8に併記した。

(2) 境界の処理

境界の影響が対象領域に伝わらないように境界付近に緩衝領域を設ける方法がこれまで用いられてきた。Maurizi et al.¹⁸⁾は対象領域の端点の標高をそのまま水平方向に延長し、緩衝領域とした。また風洞実験では、対象領域の端点から、標高0の高さ、すなわち風洞床面の高さまで地形を直線的に下げ、この直線部分と風洞の側面までの床面とを合わせて緩衝領域としている。本研究ではこれらの二つの方法をそれぞれ従来の手法(I)、従来の手法(II)と呼ぶこととする。これらの方法で作成された緩衝領域を用いる場合、境界処理前後で緩衝領域内の地形の断面積や体積が変化し、結果的に対象領域内の平均風速が変化するという問題がある。そこで本研究では処理前後での地形の断面積または体積を一定とする手法を提案する。

a) 上下流緩衝領域

図-9は各種の上流境界処理手法による地形の $x-z$ 断面図を示す。ここでは $x_{c1}=-11\text{km}$ の地点が計算領域の端部を表し、 $x_a=-9\text{km}$ の地点が緩衝領域と付加領域の境界を示す。このケースでは緩衝領域の広さは対象領域の $1/3$ とした。図中の実線がモデル地形、鎖線が従来の手法(I)による地形、一点鎖線が従来の手法(II)による地形を示す。従来の手法(I)と(II)により作成された地形の断面積は元の地形の断面積と異なる。緩衝領域全体で考えた場合は地形の体積が変化することとなる。そこで本研究では上流緩衝領域内の地形の体積が元の地形の体積と同じになるような境界処理方法を提案する。上流緩衝領域の上流側半分では風方向にも風

直角方向にも一定の標高 (H_{wb}) とし, 残り半分では対象領域の標高と直線で結ぶ. 境界処理後の地形 $\hat{h}(x, y)$ は次のように表される.

$$\hat{h}(x, y) = \begin{cases} H_{wb} & (x_{c1} \leq x < x_{m1}) \\ H_{wb} + \frac{2(x - x_{m1})}{\delta_w} [h(x_a, y) - H_{wb}] & (x_{m1} \leq x < x_a) \end{cases} \quad (18)$$

ここで x_{m1} は x_a と x_{c1} の中点である. また H_{wb} は地形処理前後で緩衝領域内の地形の体積が一定となるように次式から求める.

$$H_{wb} = \frac{1}{3\Delta y} \int_{y_{c1}}^{y_{c2}} \left[\frac{4}{\delta_w} \int_{x_{c1}}^{x_a} h(x, y) dx - h(x_a, y) \right] dy \quad (19)$$

ここで, $\Delta y (= y_{c1} - y_{c2})$ は緩衝領域の幅, $\delta_w (= x_a - x_{c1})$ は緩衝領域の奥行きである.

下流緩衝領域も上流と同じ方法で求める.

b) 側面緩衝領域

図-10には y - z 断面におけるモデル地形と各種の境界処理手法によって作られた地形を示す. 領域が対称であるため, 図-10には領域全体の半分を示す. ここでは $y_{c1} = -5\text{km}$ の地点が計算領域の端部を表し, $y_{t1} = -3\text{km}$ の地点が対象領域と緩衝領域の境界を示す. このケースでは緩衝領域の広さは対象領域の $1/3$ とした. 図中の実線がモデル地形, 鎖線が従来の手法 (I) による地形, 一点鎖線が従来の手法 (II) による地形を示す. また, 本研究で提案する手法による地形を点線を示す. ここでは緩衝領域外側での標高を $H_{sb}(x)$ とする. この高さは緩衝領域の半分のところまで一定とし, そこから対象領域境界での標高 ($h(x, y_{t1})$) まで直線で結ぶ. 境界処理後の地形 $\hat{h}(x, y)$ は次のように表される.

$$\hat{h}(x, y) = \begin{cases} H_{sb}(x) & (y_{c1} \leq y \leq y_{m1}) \\ H_{sb}(x) + \frac{2(y - y_{m1})}{\delta_s} [h(x, y_{t1}) - H_{sb}(x)] & (y_{m1} \leq y \leq y_{t1}) \end{cases} \quad (20)$$

ここで y_{m1} は y_{c1} と y_{t1} の中点である. また, 高さ $H_{sb}(x)$ は, 元地形と断面積が等しくなるように, 次式により求める.

$$H_{sb}(x) = \frac{1}{3} \left[\frac{4}{\delta_s} \int_{y_{c1}}^{y_{t1}} h(x, y) dy - h(x, y_{t1}) \right] \quad (21)$$

c) 各種境界処理手法の比較

本研究で提案した手法の有効性を示すため, 側面境界を例に各種の境界処理手法を用いて地形上の流れを計算し, 元の地形を用いた場合の計算結果 (参照値) と比較する. 元の地形は周期的な地形であるため, 計算領

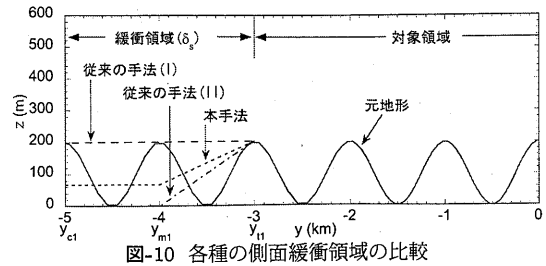


図-10 各種の側面緩衝領域の比較

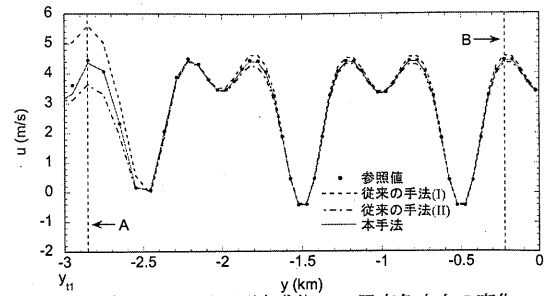


図-11 高さ 41m での風速成分 u の風直角方向の変化

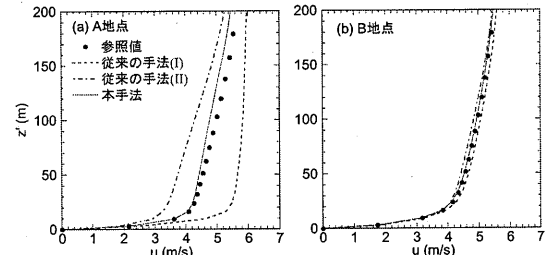


図-12 A 地点と B 地点での平均風速の鉛直分布

域の境界面に対称面境界条件を用いることにより, 参照値を求める.

図-11に, 各境界処理手法を用いて求めた地表面から 41m の高さにおける平均風速の風直角方向 (y 方向) の変化を示す. 黒丸は参照値, 鎖線は従来の手法 (I), 一点鎖線は従来の手法 (II), 実線は今回提案した境界処理手法により計算した平均風速を示す. 境界処理手法によって, 対象領域内の平均風速が大きく異なる. 従来の手法 (I) を用いたケースでは風速が参照値に比べ過大に評価されている. 一方, 従来の手法 (II) を用いたケースでは風速が過小に評価されている. これは緩衝領域上の流量が過小または過大に評価されているためである. それに対し, 今回提案した境界処理手法により計算した平均風速は参照値とほぼ同じ値を示す. この傾向は他の高さにおいても見られる.

図-12(a)には A 地点 (図-11) での平均風速の鉛直分布を示す. 鉛直方向全域にわたって, 上で述べたような傾向が見られ, また高さが高くなるにつれて, 参照値との差が小さくなる. 従来の手法による平均風速の過大または過小評価は対象領域の中央にまで及ぶ. 図-12(b)には図-11中の B 地点での平均風速の鉛直分布を示す.

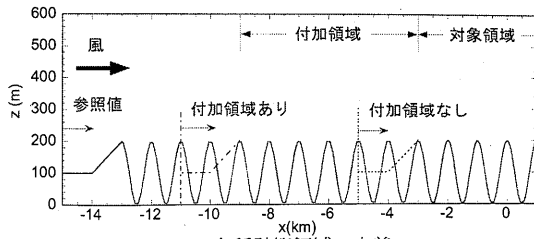


図-13 各種計算領域の定義

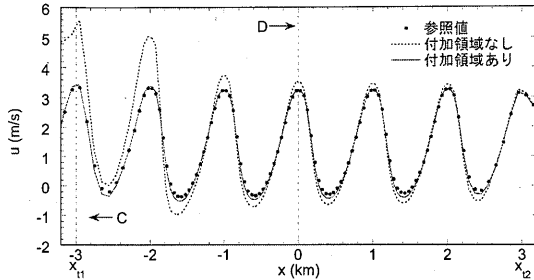


図-14 高さ41mでの風速成分uの風方向の変化

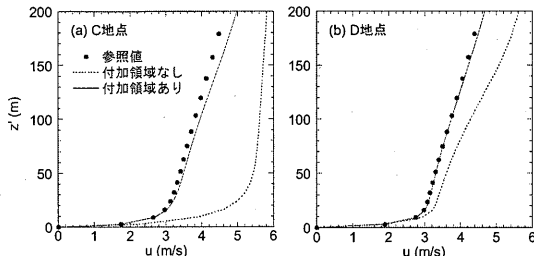


図-15 C地点とD地点での風速の鉛直分布

参照値との差は小さくなるものの傾向は同じである。いずれの地点においても本研究で提案された手法により計算された平均風速は参照値との差が小さい。

(3) 上流地形の影響

一般に対象領域内の流れ場はその上流の地形の影響を強く受けるため、上流境界に緩衝領域を設けるだけでは上流の地形の影響を正確に反映することができない。そこで本研究では図-8に示すように対象領域の上流に付加領域を設けることを提案する。

付加領域の効果を調べるために、上流に対象領域と同じ大きさの付加領域を設けたケースと上流に付加領域を設けなかったケースを対象に解析を行い、モデル地形全領域を考慮して解析した結果(参照値)との比較を行った。図-13には $x-z$ 断面内のモデル地形とそれぞれのケースの計算領域を示す。実線がモデル地形、一点鎖線が上流に付加領域を設けたケース、点線が上流に付加領域を設けなかったケースの計算領域を示す。

図-14にそれらのケースの計算結果から得られた、地表面から41mの高さにおける平均風速 u の風方向(x 方向)の変化を示す。黒丸は参照値、点線は上流に付加

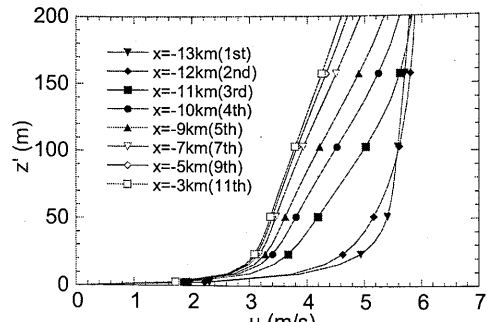


図-16 山頂位置での平均風速

領域を設けなかったケース、実線は付加領域を設けたケースにより求められた平均風速を表す。付加領域を設けたケースでは参照値とほぼ同じ値を示す一方、付加領域を設けなかったケースでは参照値と大きく異なる。その差は上流境界に近づくにつれ大きくなる。

付加領域の効果は高さ方向にも現れている。図-15(a)は図-14中のC点での平均風速の鉛直分布を示す。どの高度においても付加領域を設けなかったケースでは風速が過大に評価されているのがわかる。上流地形の影響は対象領域の中心地のD点でも見られる(図-15(b))。

以上のことから上流地形の影響を正しく反映するために、対象領域の上流に付加領域を設ける必要があり、本研究のケースでは付加領域は対象領域と同じ程度であれば十分であることがわかる。

付加領域の大きさの目安を考えるために、図-16には $y=0\text{km}$ における断面内の山頂位置での平均風速分布を示す。この図から、平均風速の変化が下流に行くにつれ、小さくなるのがわかる。100m以下の高度における平均風速は9番目の山以降、ほとんど変化しなくなる。高い高度での平均風速を必要とする場合、広い付加領域、反対に低い高度での風速を必要とする場合には狭い付加領域をとればよいことがわかる。

5. 線形連立方程式の数値解法

実地形上の流れ場を解析する場合には数十万から数百万の計算格子を要し、結果的に格子数と同じ数の線形連立方程式を解く必要があるため、高速な数値解法を用いる必要がある。また複雑地形上の流れの解析の際には地表面付近の解像度を維持するために地表面に沿った非直交性の強いメッシュを用いる必要があり、結果的に解くべき方程式の係数が複雑になるため、このような方程式にも適用可能な高速解法が望まれる。

大規模線形連立方程式を高速に解く手法としては複数の違った大きさの格子を用いるマルチグリッド法がよく知られている。しかし、複雑な境界を持つ問題ではその効果が小さい²⁷⁾。単一格子に対して従来からよく使

われてきた数値解法は古典的な反復解法と共役勾配法に大別できる。古典的な反復法ではGS (Gauss Seidel) 法やSIP (Strongly Implicit Procedure) 法²⁸⁾、共役勾配法ではICCG法²⁹⁾、CGSTAB法³⁰⁾がよく用いられている。更に最近では残差切除法 (Residual Cutting Method) と呼ばれる手法が提案されている³¹⁾。本研究ではこれらの数値解法に関する詳細な比較を行い、複雑境界を有する実地形上の流れ場を高速に計算できる数値解法を明らかにする。

(1) 数値解法の比較

a) 古典的な反復解法

解くべき線形方程式を

$$A \cdot \phi = Q \quad (22)$$

とする。ただし、 A 、 Q が既知で、 ϕ が未知数である。 $n+1$ 回目の反復後の解を ϕ^{n+1} とする。古典的な反復法では $n+1$ 回反復後の近似解 ϕ^* を以下のような一般的な式で表す²⁶⁾。

$$M\phi^* = N\phi^n + Q \quad (23)$$

ここで、 $M - N = A$ である。解が収束した時点では $\phi^* = \phi^n = \phi$ となり、式(23)は元の線形方程式(22)に帰着する。 $n+1$ 回反復後の最終的な解 ϕ^{n+1} は n 回目の反復後の解 ϕ^n に修正量 δ^n を加えることにより次式から求める。

$$\phi^{n+1} = \phi^n + \delta^n \quad (24)$$

修正量 δ^n は、 $n+1$ 回目の反復で得られた修正量の近似値 $\delta^* (= \phi^* - \phi^n)$ を用いて次式により求める。

$$\delta^n = \alpha \delta^* \quad (25)$$

ここで、 α は緩和係数である。 α の値は一般に0と2の間の値をとり、 α が1より小さい場合は不足緩和、 α が1より大きい場合は過緩和と呼ぶ。古典的な反復解法の違いは行列 M の違いによる。例えば M を A の下三角行列と置いた場合はGS法となり、 M をILU (Incomplete LU decomposition)により得られた三角行列を修正して求めた場合はSIP法となる。一般に M が元の行列 A に近いほど収束が速い²⁶⁾。

古典的な反復手法は短い波長の誤差を速く減少させることができ、解の収束に時間はかかるが緩和係数を適当にとれば発散はしないという特徴を持っている。一方、古典的な手法の短所としては方程式の数(格子数)が多くなると収束が急速に遅くなるという点が挙げられる。これは古典的な反復解法では1回の反復の間に隣のセルにまでしか情報が伝わらず、長い波長の誤差を減少させるのに時間がかかるためである。

b) 共役勾配法

共役勾配法は前述の古典的な手法とは異なり、線形方程式(22)を解く代わりに次式により定義される関数 F を最小化することにより ϕ を求める。

$$F = \frac{1}{2} \phi^T A \phi - \phi^T Q = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n A_{ij} \phi_i \phi_j - \sum_{i=1}^n \phi_i Q_i \quad (26)$$

ここで n は方程式の数を表す。 ϕ は n 次元のベクトルであり、基底 p^i を用いて次式により表されている。

$$\phi = \phi_0 + \sum_{i=1}^m \alpha_i p^i \quad (27)$$

ここで ϕ_0 は ϕ の第0次近似であり、基底ベクトル p^i は行列 A に関して互いに共役である。すなわち、任意の i, j に対し、

$$p^i \cdot A p^j = 0 \quad (28)$$

である。それぞれの p^i に対し α_i を決め、 F を最小化するような ϕ を求めるのが共役勾配法である。反復回数 m が方程式の数 n と同じであれば式(27)は方程式の厳密解を与える。しかし実際には n よりずっと少ない回数の反復を行えば十分である。

共役勾配法では方程式の解をグローバルに探すため、方程式の数が多くなっても収束はそれほど遅くならない。したがって、大規模線形方程式を解く場合には古典的な手法に比べ収束が速い。しかし、適切な基底ベクトルが見つからない場合に収束が不安定になることがある。

c) 残差切除法 (RCM)

GS法に代表される古典的な反復手法は安定であるが収束が遅い。一方、共役勾配法は高速であるが不安定となることがある。これらの手法の問題を解決するために、最近田村ほか³¹⁾は残差切除法 (RCM) と呼ばれる手法を提案した。本研究では残差切除法の実地形上の流れの解析への適用可能性を検討する。

まず、残差切除法のアルゴリズムについて説明する。線形方程式(22)に対して、 n 回目、 $n+1$ 回目の反復後の近似解をそれぞれ ϕ^n 、 ϕ^{n+1} とし、そのときの方程式の残差 ρ^n 、 ρ^{n+1} を次式により定義する。

$$\rho^n = Q - A \cdot \phi^n \quad (29)$$

$$\rho^{n+1} = Q - A \cdot \phi^{n+1} \quad (30)$$

式(29)、(30)より、 n 回目の反復後の解の修正量 $\delta^n (= \phi^{n+1} - \phi^n)$ と残差の関係式が得られる。

$$A \cdot \delta^n = \rho^n - \rho^{n+1} \quad (31)$$

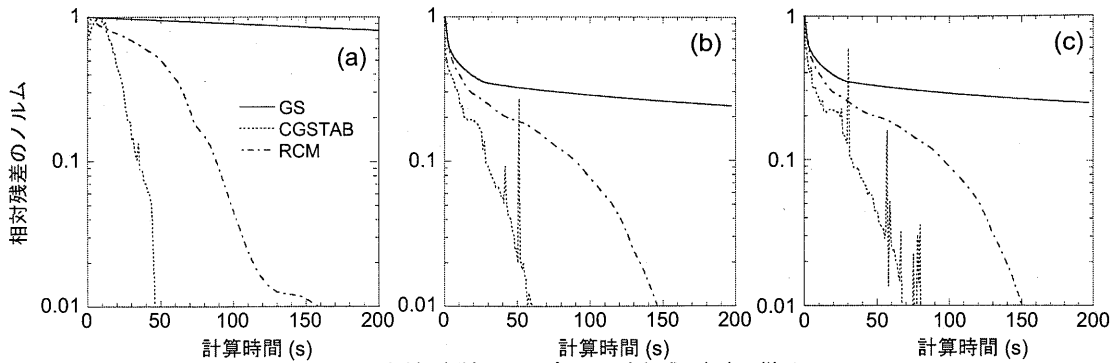


図-17 各種の解法によるポワソン方程式の収束の様子

ここで ρ^{n+1} が 0 となることを期待して、

$$A \cdot \delta^n = \rho^n \quad (32)$$

を解く。しかしこの方程式を解くことは元の線形方程式 (22) を解くことと等価である。

そこで残差切除法ではまず、式 (32) の近似解 δ^* を求める。田村ほか³¹⁾ ではこの近似計算に ADI を用いているが、本研究では非構造格子でも用いることができ、並列化も容易な GS 法を用いた。近似計算に必要な反復の回数は 10 程度が最適である。次に δ^n を次式に示すように過去の反復計算から得られた修正量の線形和として表す。

$$\delta^n = \alpha_1 \delta^* + \sum_{l=2}^L \alpha_l \delta^{n-l+1}, \quad (33)$$

ここで L は用いる過去の修正量の数で、一般に 4 程度とすれば十分である³¹⁾。また、 α_l は、残差 ρ^{n+1} のノルムの 2 乗 ($\|\rho^{n+1}\|^2$) が最小となるように最小自乗法により決定する。 $n+1$ 回目の反復後の残差 ρ^{n+1} は、式 (31) と (33) から次式となる。

$$\rho^{n+1} = \rho^n - A \cdot \left(\alpha_1 \delta^* + \sum_{l=2}^L \alpha_l \delta^{n-l+1} \right) \quad (34)$$

ここで、 $\|\rho^{n+1}\|^2$ を最小化するように次式を解いて α_l を決定する。

$$\frac{\partial}{\partial \alpha_l} \|\rho^{n+1}\|^2 = 0 \quad (35)$$

$n+1$ 回反復後の解 ϕ^{n+1} は式 (24) により求める。

残差切除法は、古典的な反復法と同じように n 回目の反復後の解 ϕ^n に修正量 δ^n を加えることにより、 $n+1$ 回目の解 ϕ^{n+1} を求めるため、収束が安定であることが予想される。古典的な反復法においては、 α は定数であるが、残差切除法では α_l は全体の残差が最小となるように最小自乗法により決定する。この点では、残差切除法は、共役勾配法と考え方が共通である。従って、残差切除法も高速であることが予想される。

表-3 ポワソン方程式の係数とソース項の一覧

	ケース I	ケース II	ケース III
D_1	1	1	$\prod_i [\sin(10\pi x_i)] + 4$
D_2	1	1	$\prod_i [\sin(30\pi x_i)] + 4$
D_3	1	1	$\prod_i [\sin(50\pi x_i)] + 4$
Q	$\prod_i \sin(\pi x_i)$	$\prod_i \sum_j \sin(k_j \pi x_i)$	$\prod_i \sum_j \sin(k_j \pi x_i)$

$[k_j = (1, 3, 7, 13, 21)]$

(2) ポワソン方程式による検証

SIMPLE 法を用いて流れ場を解く際には、ポワソン方程式の形をした圧力補正方程式を解く必要がある。したがって各種の数値解法の性質を調べるために、ポワソン方程式を例とし、古典的な反復解法の代表である GS 法、共役勾配法の一つである CGSTAB、そして残差切除法を用いて解析を行った。用いたポワソン方程式は次式により表される。

$$D_1(x_1, x_2, x_3) \frac{\partial^2 \phi}{\partial x_1^2} + D_2(x_1, x_2, x_3) \frac{\partial^2 \phi}{\partial x_2^2} + D_3(x_1, x_2, x_3) \frac{\partial^2 \phi}{\partial x_3^2} = Q(x_1, x_2, x_3) \quad (36)$$

ここで、係数 D_i とソース項 Q を表-3 に示すように変化させ、3 ケースの計算を行った。計算領域は $0 \leq x_i \leq 1$ の範囲とし、ノイマン境界条件を与えた。メッシュ数は $128 \times 128 \times 128$ とした。

ケース I では係数 D_i を全て 1 とし、ソース項は単一波長の正弦波のみを含む。一方、ケース II ではケース I と同様に係数 D_i を全て 1 としたが、ソース項はいくつかの波長を持つ正弦波の和としたものを用いた。ケース III はケース II と同じソース項を用い、さらに異なった係数 D_i を用いた。このケースは 3 ケースの中で最も解きにくく、実地形上の流れ場を解く際に現れる圧力補正方程式に近い。

図-17 に各解法を用いてポワソン方程式を解いたとき

の相対残差の収束の様子を示す。横軸が計算時間、縦軸が残差のノルムの相対値を表す。実線がGS法、点線がCGSTAB法、一点鎖線が残差切除法による収束の様子を示す。

ケースIでは、GS法の収束が最も遅く、CGSTABの収束が最も速い。またこのケースではCGSTABの収束も安定していることがわかる。

一方、ケースIIではケースIに比べ、CGSTABによる収束計算が少し不安定になり、時間50s付近で大きな変動が見られる。GS法ではケースIに比べ、初期に残差が大きく減少するが、その後はケースIと同じ傾向を示す。これはケースIIではソース項に短波長成分が含まれていることによるものである。

最後に、ケースIIIではケースIIに比べ、CGSTABの収束が更に不安定になり、収束速度も遅くなっている。それに対し、残差切除法の収束はいずれのケースにおいてもほぼ同じである。

以上のことから、古典的な反復法では残差は単調に減少するが収束速度は非常に遅く、また、共役勾配法は方程式の係数やソース項が複雑になればなるほど収束の不安定性が増し、かつ収束速度が低下することがわかる。実際の複雑地形上の流れ場における圧力補正方程式は方程式の係数とソース項がさらに複雑になるため、共役勾配法の不安定性が更に深刻になることが予想される。一方、残差切除法は方程式の係数やソース項に依らず安定、かつ高速に収束解を得ることができた。このことから、残差切除法は複雑地形上の流れ場の解析にも有効であることが予想される。

6. 大型風洞実験による検証

実地形上の流れ場を数値的に予測する際には計算領域の大きさや境界の処理が計算結果に大きな影響を与える。本章では実地形模型を用いた大型風洞実験の結果を用いて、計算領域の設定と境界処理手法が実地形上の流れ場の解析に与える影響を定量的に評価する。また第4章で調べた各種の線形方程式の数値解法を実地形上の流れ場の解析に適用し、その有効性を検証する。最後に複雑地形上の代表的な地点における流れ場を調べ、線形風況予測モデルの問題を明らかにするとともに本研究で開発した非線形モデルの有効性を示す。

(1) 大型風洞実験

本研究では北海道積丹半島先端の一部を対象とし、縮尺1/2000の地形模型を製作し、東京大学工学系研究科社会基盤工学専攻風工学実験室にある大型風洞を用いて風洞実験を行った。実験の詳細は文献^{21), 32)}を参照されたい。図-18に風洞実験の全景を示す。

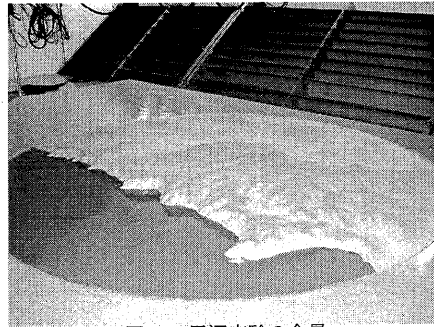


図-18 風洞実験の全景

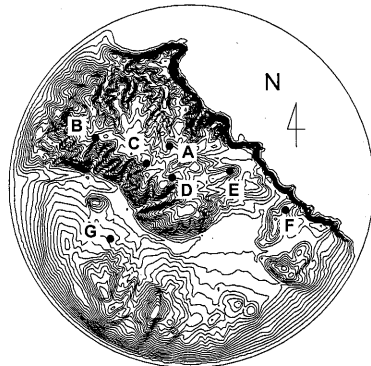


図-19 地形の等高線図と測定点配置

図-19は地形模型の等高線図である。この模型は、半径3km内の領域においては実地形を忠実に再現し、その外側では半径4kmの位置で地形の高さが0になるように標高を下げた。地形模型は風洞内のターンテーブル上に設置し、模型を回転させることにより8風向における風速の測定を行った。

図-19中の点A~Fの7点は風速の測定点を示し、測定高さは実スケールでそれぞれ10m, 20m, 40m, 70m, 100m, 150m, 200m, 300mの7高度とした。風速の測定には逆流の測定も可能なスプリットファイバークロブ³³⁾を用いた。

(2) 計算領域の設定

本研究では風洞実験との比較を行ったため、鉛直方向の計算領域は風洞高さと同じ1.76mとした。また地形模型表面の粗度を決定するために地形模型と同じ材質の平板上の風速分布を測定し、対数則にあてはめることにより z_0 を同定した。図-20は平板上の模型中心位置における平均風速分布を示す。平板上の風速分布が本解析により、再現できていることがわかる。水平方向の計算領域は広ければ広いほど、実際に近い流れ場を捉えるが計算時間が増える。計算領域の一边を倍にすれば計算格子は4倍になり、計算時間は4倍以上となる。本研究では測定点Cでの北東風向の風を対象とし、図-21に示す3種類の計算領域を用いて解析を行

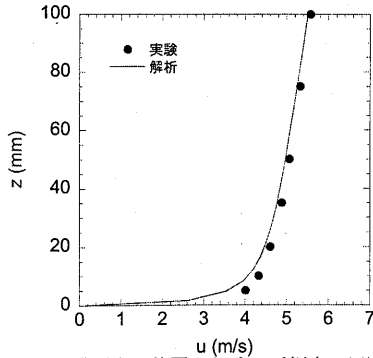


図-20 模型中心位置における平板上の風速分布

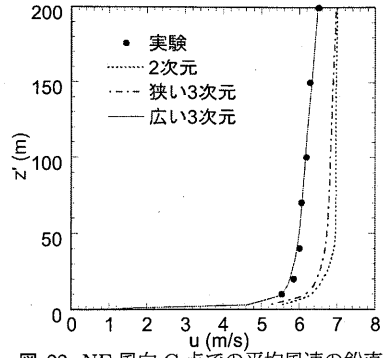


図-22 NE風向C点での平均風速の鉛直分布

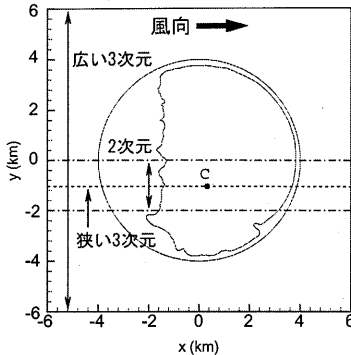


図-21 計算領域

い、実験値と比較することにより、計算領域の幅が解析結果に与える影響を調べた。図-21の点線は流れ方向の地形の変化だけを考慮に入れた2次元領域、一点鎖線は流れ直角方向に幅2kmのみをとった狭い3次元領域、実線は地形模型全体を含む幅12kmの広い3次元領域を示す。

図-22にはC点での平均風速の鉛直分布を示す。縦軸が地面からの高さ、横軸が平均風速である。黒丸が風洞実験、点線が2次元領域、一点鎖線が狭い3次元領域、実線が広い3次元領域を用いた場合の平均風速を示す。地形模型全体を計算領域にとった場合には実験値と予測値がほぼ一致したのに対し、2次元または狭い3次元計算領域を用いた場合には平均風速を過大に評価した。本研究で対象とした地形に関しては、2km程度の計算領域は明らかに狭すぎる。また、次節に示すように、10km程度の計算領域を用いれば実際の流れ場を再現できる。

(3) 境界処理

第3章で述べたように、境界の処理が実地形上の流れ場の解析結果に大きな影響を与え、またその影響は境界に近い程顕著である。ここで、風洞実験で用いた実地形を対象に境界処理手法の違いが流れ場の予測結果に与える影響を調べる。対象領域の大きさを6km四方とし、その中心を地形模型の中心に一致させた。また

表-4 対象領域と境界処理

	対象領域 (km×km)	計算領域 (km×km)	側面境界 処理手法	上下流境界 処理手法
1	6×6	10×10	従来 (I)	本手法
2	6×6	10×10	従来 (II)	本手法
3	6×6	10×10	本手法	本手法
4	6×16	10×20	本手法	本手法

風向はNE風向とした。この風向では対象領域の上流が海であるため、付加領域を設置する必要がない。表-4には各ケースにおける計算条件を示す。すべてのケースの対象領域の風方向(x方向)の長さは同じであり、上下流境界処理も同じであるが、ケース1, 2, 3では側面境界処理手法が異なる。ケース1, 2, 3では緩衝領域の幅は対象領域の幅の1/3とした。ケース4は対象領域の幅のみを広くしたもので、境界処理方法と側面緩衝領域の幅はケース3と同じである。ケース4の結果は最も側面の境界の影響を受けていないと考えられるので、参照値として用いる。

図-23に $y=0\text{km}$ (地形模型中心)での地面からの高さ41mにおける風直角方向の平均風速の変化を示す。黒丸は参照値、実線は本研究で提案した境界処理手法、一点鎖線で従来の手法(I)、点線で従来の手法(II)を用いた場合の平均風速を示す。この図から、領域中央部($-1\text{km} \leq y \leq 1\text{km}$)ではどの境界処理手法を用いた計算結果もほぼ同じ値を示すことがわかる。しかし、領域中央部から離れると境界処理手法の違いによる差が見られる。本研究で提案した境界処理手法を用いた場合には、境界近傍を除いて参照値とほぼ一致しており、境界処理の影響は全領域の3%程度である。それに対し、従来の手法(II)を用いた場合には境界処理の影響が全領域の半分程度に及ぶ。ちなみに本風洞実験ではB, F, Gの各点が境界処理の影響を受けている可能性がある。

なお、今回解析の対象とした地形は海岸沿いの台地であり、流れ直角方向の一様性が強い地形であったため、境界処理の手法の違いによる流れの違いが、第4章

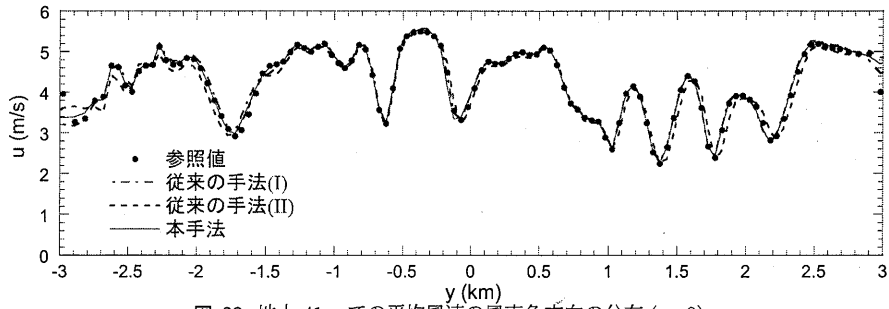


図-23 地上 41m での平均風速の風直角方向の分布 ($x=0$)

表-5 各種の数値解法による収束回数と時間の違い

解法	反復回数	計算時間 (秒)
GS	201	18914
CGSTAB	1598	38106
RCM	194	3348

で議論したモデル地形に比べ顕著ではなかったと考えられる。モデル地形のように流れ直角方向に山と谷が連なるような地形であれば、もっと大きな差が出るものと考えられる。

(4) 数値解法

第 4 章で述べた各種の数値解法が実地形上の流れ場の解析に与える影響を調べるために、まず実際の流れ場の解析に用いられている圧力補正方程式を GS 法、CGSTAB 法及び残差切除法を用いて解くことにした。図-24 がその結果である。横軸に計算時間、縦軸に相対残差のノルムを示す。実線が GS 法、一点鎖線が CGSTAB 法、点線が残差切除法による収束の様子である。GS 法と残差切除法の結果は第 4 章で示した結果とほぼ同じであるが、CGSTAB 法に関してはポワソン方程式に比べ、圧力補正方程式を解いた時の収束は更に不安定となっていることがわかる。実際、圧力補正方程式を解く際には最大反復回数を 50 回と設定しているため、計算を打ち切った際に残差が計算開始時より 10 倍以上に増大している。

線形方程式の収束 (内部反復の収束) は流れ場の計算の収束 (外部反復の収束) にも影響を与える。圧力補正方程式の残差が 10 倍に増えた時の解により修正された速度場は前回の反復よりも悪い値となり、外部反復の収束に悪影響を与える。図-25 は各数値解法による速度成分 u の運動方程式の収束の様子である。横軸に計算時間、縦軸に u の運動方程式の相対残差を示す。この図から分かるように CGSTAB 法を用いた場合に、残差が大きく変動し、結果的に収束が GS 法よりも遅くなっている。

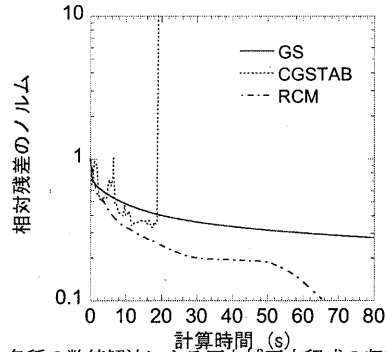


図-24 各種の数値解法による圧力補正方程式の収束の様子

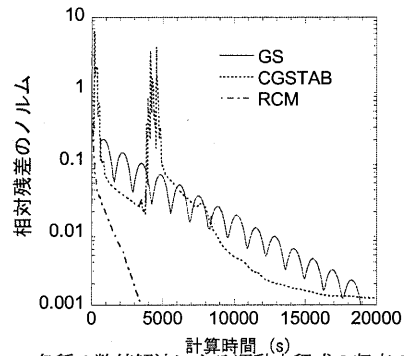


図-25 各種の数値解法による運動方程式の収束の様子

表-5 には連続方程式と運動方程式の残差が 10^{-3} 以下になった時の、各種の数値解法による収束回数と収束時間を示す。CGSTAB 法を用いた場合には収束が最も遅く、10 時間以上の計算時間を要した。これは GS 法を用いた場合の 5 時間よりも長い。それに対し、残差切除法を用いた場合には約 1 時間で計算が収束する。

以上の結果から、複雑地形上の流れ場の解析においては線形方程式の解法には残差切除法が最も適しており、従来の古典的な反復法や共役勾配法に比べ流れ場全体の収束が大幅に高速化された。

(5) 複雑地形上の流れ場

最後に従来の線形風況予測モデル³⁴⁾の問題点を明らかにするため、風洞実験で測定した代表的な地点にお

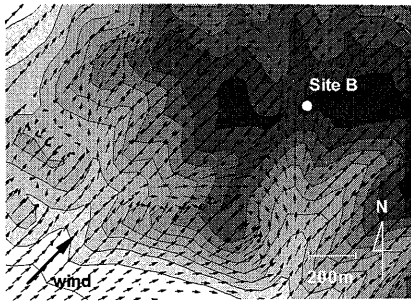


図-26 B地点SW風向における地上10mでの風速ベクトル図

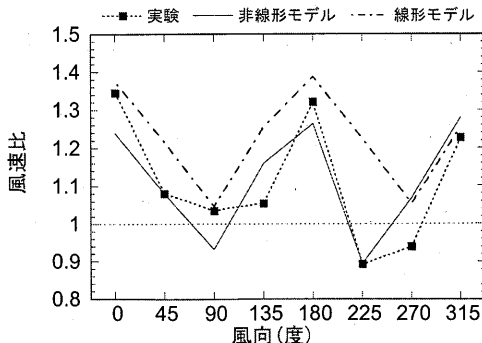


図-27 B地点での地上40mにおける風向別風速比

ける流れ場を解析し、風洞実験結果及び本研究で開発した非線形モデルによる予測結果と比較した。

まず尾根の上に位置するB地点について調べる。この地点の周りは複雑に入り組んだ谷があり、風向によって風速の変化が大きい。図-26にはB地点付近における南西風向の地上10mでの風速ベクトルを示す。図中に地形の標高を記し、色の濃いところは高い標高を表す。B地点の南には南南西向き深い谷があり、風が南西から吹くときに、B地点での地表面付近の風の風向は南向きに変化している。線形モデルによる予測ではB地点付近の風向は地形がないときの風向とほとんど変わらず、このような風向の変化は全く見られない。図-27にはB地点での地上40mにおける風向別風速比を示す。ここで風速比は、地形上での風速を地形がないときの風速で割ったものとして定義され、1より大きいとき増速、1より小さいときは減速を意味する。横軸は風向を表し、0度は北風、180度は南風に対応している。縦軸は風速比を表す。点線が実験値、実線は本研究で開発した非線形モデルによる予測結果、一点鎖線は線形モデルによる予測結果を示す。線形モデルは全体的に風速を過大に評価している。特に、風が南西(225度)から吹いてくるときの過大評価が顕著である。一方、本研究で開発された非線形モデルによる予測結果は偏りがなく風洞実験の結果を再現している。

次に、線形モデルによる予測誤差が最も大きかったF地点について調べる。図-28には測定点F地点を通る

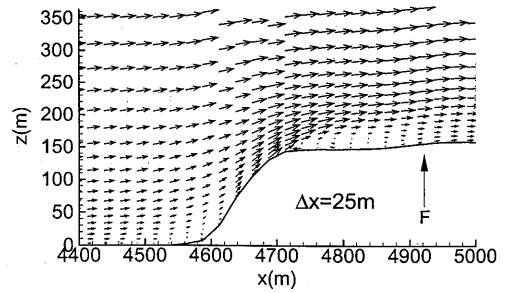


図-28 F地点NE風向における垂直断面内の風速ベクトル図

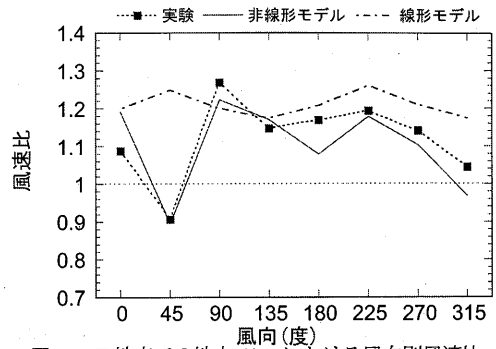


図-29 F地点での地上40mにおける風向別風速比

鉛直断面内における風速ベクトルを示す。風が崖に直角となる北東方向から吹くときに急峻な崖の前縁から流れの剥離が起こる。このような剥離は線形モデルから全く予想されない。その結果、線形モデルによる平均風速値は風洞実験による結果より大きくなる。図-29にはF地点での風向別風速比を示す。B地点と同様に線形モデルは全体的に風速を過大評価していることがわかる。特に流れの剥離が起こる北東風向では、実験値は大きな減速を示しているのに対し、線形モデルの値は他の風向とほぼ変わらない。これは線形モデルが流れの剥離を再現できないことによるものである。一方非線形モデルによる予測結果は風洞実験結果とよく一致している。

以上の結果から、線形モデルは全体的に風速を過大に評価する傾向があり、特に剥離を含む流れにおいてはその過大評価は顕著である。また本研究で開発した非線形モデルは剥離を含む流れ場を正確に再現でき、複雑地形上の流れ場を精度よく予測できることがわかった。

7. まとめ

本研究では数値流体力学に基づく非線形風況予測モデルを開発し、実地形上の流れ場を解析する際に必要な境界処理手法を提案した。そして大規模線形連立方程式の数値解法について詳細な比較検討を行い、複雑地形上の流れの解析に適した数値解法を提案した。最

後に実地形模型を用いた大型風洞実験を行い、本研究で開発した境界処理手法と数値解法の有効性を調べるとともに、従来の線形風況予測モデルの問題点を明らかにした。その結果、以下の結論を得た。

- 1) 地形上の流れ場を解析する際には地形による閉塞率が5%以内となるように計算領域の高さを設定する必要がある。ただし、計算領域の幅は閉塞率に関係なく、十分に広くとる必要がある。上流境界は、2次元尾根の場合には山の高さの20倍以上、3次元孤立峰の場合には山の高さの5倍以上離れた位置に設置する必要がある。
- 2) 実地形の一部を取り出して解析する場合に対象領域の側面と上下流に緩衝領域を設置し、緩衝領域内での地形の体積を一定とする境界処理手法を提案した。従来の手法に比べ、提案した手法を用いる場合、元の地形上の流れ場に近い流れ場が再現され、従来の手法による風速の過大または過小評価が解消された。
- 3) 上流の地形の影響を考慮するため、対象領域の上流側の境界には緩衝領域の他に付加領域の設置を提案した。対象領域と同じ大きさの付加領域を設けることにより上流の地形の影響を考慮でき、対象領域内の流れ場の予測精度が向上することがわかった。
- 4) 連立線形方程式における各種の数値解法に関する詳細な比較検討を行うことにより、従来の古典的な反復法と共役勾配法の問題点を明らかにした。また、残差切除法を用いることにより安定かつ高速に解を得ることができ、従来の数値解法を用いた場合に比べ5倍～10倍の高速化を実現することができた。
- 5) 実地形模型を用いた大型風洞実験から得られた結果と比較することにより、従来の線形風況予測モデルが風速を過大に評価する問題を明らかにした。また本研究で開発した非線形モデルは剥離を含む流れ場を正確に再現でき、複雑地形上の流れ場を精度よく予測できることがわかった。その結果、本研究で提案した境界処理手法と数値解法が複雑地形における局所風況の数値予測に有効であることを明らかにした。

謝辞：本研究は、平成12～14年度において、文部科学省科学研究費補助金（課題番号12450181、研究代表者藤野陽三、及び課題番号1355125、研究代表者石原孟）を受けた。また大型風洞実験の実施については東京大学工学系研究科社会盤工学専攻技官の大竹完治氏、東京大学工学部土木工学科4年（研究当時）の三輪康宏氏に協力をして頂いた。ここに記して謝意を表する。

参考文献

- 1) Jackson, P. S. and Hunt, J. C. R.: Turbulent wind flow over a low hill, *Quart. J. R. Meteorol. Soc.*, Vol. 101, pp. 929-955, 1975.
- 2) Mason, P. J. and Sykes, R. I.: Flow over an isolated hill of moderate slope, *Quart. J. R. Meteorol. Soc.*, Vol. 105, pp. 383-395, 1979.
- 3) Beljaars, A. C. M., Walmsley, J. L. and Taylor, P. A.: A mixed spectral finite-difference model for neutrally stratified boundary-layer flow over roughness changes and topography, *Boundary-Layer Meteorol.*, Vol. 38, pp. 273-303, 1987.
- 4) Mortensen, N. G., Troen, I., Landberg, L. and Petersen, E. L.: Wind atlas analysis and application program (WASP), Risø National Laboratory, Denmark, 1993.
- 5) 大木祥光, 河井宏允, 藤波潔: 風に及ぼす地形の影響に関する研究, 日本建築学会学術講演梗概集, pp. 119-120, 1998.
- 6) 新エネルギー・産業技術総合開発機構: 大型風力発電システム開発, 千代田ディムス・アンド・ムーア株式会社, 1998.
- 7) Matsuzaka, T., Tsuchiya, K. and Tanaka, N.: Wind resource estimation of tappi wind park, *Proc. European Wind Energy Conference, 1997*, pp. 377-380, 1997.
- 8) Coelho, P. J. and Pereira, J. C. F.: Finite volume computation of the turbulent flow over a hill employing 2d or 3d non-orthogonal collocated grid systems, *Int. J. Numer. Methods Fluids*, Vol. 14, pp. 423-441, 1992.
- 9) Utne, T. and Eidsvik, K. J.: Turbulent flows over mountainous terrain modelled by the reynolds equations, *Boundary-Layer Meteorol.*, Vol. 79, pp. 393-416, 1996.
- 10) 石原孟, 日比一喜: 急峻な山を越える乱流場の数値予測, 日本風工学会誌, Vol. 83, pp. 175-188, 2000.
- 11) Ishihara, T. and Hibi, K.: Numerical study of turbulent wake flow behind a three-dimensional steep hill, *Wind and Structures*, Vol. 5, pp. 317-328, 2002.
- 12) 建築物風洞実験ガイドブック, 日本建築センター, 1995.
- 13) 清水幸丸, 前田太佳夫, 遠藤剛, 山岸英明, 大野寛之: 地形と風速分布の関係, 第16回風力エネルギー利用シンポジウム, pp. 29-32, 1994.
- 14) 佐藤沢, 田村哲朗, 桑原邦郎: 鐘状丘陵周辺非定常流れのシミュレーション結果に対する定量的検討, 日本建築学会大会学術講演梗概集, pp. 267-268, 1994.
- 15) 串岡清則, 斎藤通, 本田明弘: 複雑地形まわり流れへの流動解析の適用, 第13回風工学シンポジウム, pp. 579-584, 1994.
- 16) 山口敏, 清水仁, 樫山和男: 地形風大規模解析のための並列有限要素解析システム, 第12回数値流体力学シンポジウム, pp. 535-536, 1998.
- 17) Hewer, F. E.: Non-linear numerical model predictions of flow over an isolated hill of moderate slope, *Boundary-Layer Meteorol.*, Vol. 87, pp. 381-408, 1998.
- 18) Maurizi, A., Palma, J. M. L. M. and Castro, F. A.: Numerical simulation of the atmospheric flow in a mountainous region of the north of Portugal, *J. Wind Eng. Ind. Aerodyn.*, Vol. 74-76, pp. 219-228, 1998.
- 19) 中山昭彦, 岸修士郎: ラージ・エディー・シミュレーションによる実地形上気流の予測, 応用力学論文集, Vol. 3, pp. 737-744, 2000.
- 20) Lun, Y. F., Mochida, A., Murakami, S., Yoshino, H.

- and Shirasawa, T.: Numerical simulation of flow over topographic features by revised $k-\epsilon$ models, *J. of Wind Engineering*, No. 89, pp.205-208, 2001
- 21) 石原孟, 山口敦, 藤野陽三: 複雑地形における風況の測定と予測, *風力エネルギー*, Vol. 26, No. 1, pp. 63-66, 2002.
 - 22) 飯塚悟, 近藤裕昭: 各種 SGS モデルによる山岳地形上流の LES, *日本流体力学会年会 2002*, pp. 338-339, 2002.
 - 23) 内田孝紀, 大屋裕二: ネストグリッドを用いた複雑地形上の風況予測シミュレーション, *日本風工学会論文集*, No. 92, pp. 135-144, 2002.
 - 24) Jones, W. P. and Launder, B. E.: The prediction of laminarization with a two-equation model of turbulence, *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 15, pp. 301-314, 1972.
 - 25) Patanker, S. V.: コンピュータによる熱移動と流れの数値解析, 森北出版, 1980.
 - 26) Ferziger, J. H. and Perić, M.: *Computational Methods for Fluid Dynamics*, Springer, 2002.
 - 27) Cornelius, C., Volgmann, W. and Stoff, H.: Calculation of three-dimensional turbulent flow with a finite volume multigrid method, *Int. J. Numer. Methods Fluids*, Vol. 31, pp. 703-720, 1999.
 - 28) Stone, H. L.: Iterative solution of implicit approximations of multidimensional partial differential equations, *SIAM J. Numer. Anal.*, Vol. 5, pp. 530-558, 1968.
 - 29) Kershaw, D.: The incomplete cholesky-conjugate gradient method for the iterative solution of systems of linear equations, *J. comput. phys.*, Vol. 26, pp. 43-65, 1978.
 - 30) Van den Vorst, H. A. and Sonneveld, P.: BI-CGSTAB: a fast and smoothly converging variant of BI-CG for the solution of non-symmetric linear systems, *SIAM J. Sci. Stat. Comput.*, vol. 13, pp. 631-644, 1992.
 - 31) 田村敦宏, 菊池一雄, 高橋匡康: だ円形境界値問題の数値解法—残差切除法について, *日本機械学会論文集*, Vol. 62, pp. 4076-4083, 1996.
 - 32) Yamaguchi, A., Ishihara, T. and Fujino, Y.: Experimental and numerical study of the wind flow in a coastal region of the north of Japan, *J. Wind Eng. Ind. Aerodyn.*, Vol. 91, pp. 247-264, 2003.
 - 33) Ishihara, T., Hibi, K. and Oikawa, S.: A wind tunnel study of turbulent flow over a three-dimensional steep hill, *J. Wind Eng. Ind. Aerodyn.*, Vol. 83, pp. 95-107, 1999.
 - 34) Santabárbara, J. M., Mikkelsen, T., Kamada, R., Lai, G., and Sempreviva, A. M.: Lincom. wind flow model, Risø National Laboratory, Denmark, 1994.

(2002.5.13 受付)

NUMERICAL MODELLING OF LOCAL WIND IN COMPLEX TERRAIN AND ITS VERIFICATION BY A WIND TUNNEL TEST

Takeshi ISHIHARA, Atsushi YAMAGUCHI and Yozo FUJINO

Required computational domain size was investigated and new boundary treatments and numerical solution method were proposed for the numerical prediction of local wind in complex terrain and were verified by a wind tunnel test. The effect of computational domain height, width and the position of the inlet boundary on the flow field was examined. Buffer zones were added at inlet, outlet and side boundaries, in which the volume of the terrain is maintained. An additional domain was introduced at the windward of the analytical domain to take the effect of the upwind terrain into account. Numerical methods for linear equation systems were examined in detail and new method was proposed, which was found to be fast and stable. Comparison of the mean wind velocity field between the numerical predictions and the measurements shows that the proposed nonlinear model is significantly better than the conventional linear model.