



論文

急峻な山を越える乱流場の数値予測

Numerical Simulation of Turbulent Flow Over a Steep Hill

石原 孟*¹ 日比一喜*²

Takeshi ISHIHARA, Kazuki HIBI

SUMMARY

A numerical investigation on the turbulent flows over a steep hill is presented. The numerical model developed for the present work is based on the finite volume method and the SIMPLE algorithm with a collocated grid system. Standard $k-\varepsilon$ model and Shih's non-linear $k-\varepsilon$ model are tested for the validation of the prediction accuracy in the 2-D and 3-D separated flows. Comparisons of the mean velocity and turbulence profiles between the numerical predictions and the measurements show good agreement. The Shih's non-linear $k-\varepsilon$ model is found to predict mean flow and turbulence better than the Standard $k-\varepsilon$. Flow patterns have also been examined to explain the difference in the cavity zone between 2-D and 3-D hills.

1. はじめに

急峻な地形上の乱流場を定量的に予測することは構造物の安全性、風力エネルギーの利用、大気汚染物の拡散などの工学問題を考える上で重要である。急峻な地形上の乱流場を定量的に評価する手法としては風洞実験と数値解析が考えられる。

風洞実験はこれまで長い間利用され、信頼性と予測精度が高い。しかし、地形上の流れ場を風洞の中で再現するには地形模型が必要となる。一般に地形模型を製作するには多くの時間と費用がかかる上、再現可能な範囲も風洞の大きさにより制限される。一方、数値解析は風洞実験のような制約を受けることがなく、広い範囲の地形を取り扱うことができる。また数値解析では解析空間内のすべての風速データを一度に得るこ

とができるため、風洞実験に比べて低コストかつ短時間で複雑地形上の流れ場を予測できる。ただし、地形上の乱流場を数値解析により調べる際には数値解法や乱流モデルに伴う不確定性も解析結果に含まれる。そのため数値解析により得られた結果はどの程度の予測精度があるかについて十分に検証する必要がある。

緩やかな地形の場合は流れの剥離を伴わないため、地形の存在が元の乱流境界層に与える影響を微少擾乱として近似的に評価することができる。緩やかな地形上の流れ場の近似解法としては Jackson & Hunt (1975)¹⁾により提案された線形モデル(以下 JH モデルと呼ぶ)が最も有名である。このモデルでは2次元地形上の乱流境界層が地表付近の内部層(inner layer)とその外側の外部層(outer layer)に分けられ、

*1 東京大学大学院工学系研究科 社会基盤工学専攻 助教授 工博
Associate Professor, Department of Civil Engineering, University of Tokyo

*2 清水建設(株)技術研究所 主席研究員 工博
Chief Researcher, Institute of Technology, SHIMIZU CORPORATION
(原稿受理:平成11年11月1日)

それぞれの層に対してモデル化が行われている。内部層では平均流れ場が乱流剪断応力の影響を直接に受け、またそこでの乱流場が平衡状態にあると仮定されている。一方、外部層では平均流れ場を非粘性、非回転と仮定し、地形の影響による速度と圧力の変化をオイラ方程式により求める。JH モデルはその後 Mason & Sykes (1979)²⁾ により 3 次元に、また Walmsley ら (1982)³⁾、Walmsley ら (1986)⁴⁾ により任意地形に適用できるように拡張された。JH モデルは 1988 年に Hunt ら⁵⁾ (以下修正 JH モデルと呼ぶ) によって改良され、内部層と外部層との間に新たに中間層 (middle layer) が設けられた。中間層では乱流剪断応力の影響が無視されるが、平均速度勾配による影響が考慮されている。この改良により大きな速度勾配をもつ流れ場に対する JH モデルの予測精度が改善された。JH モデルに対する改良はその後も続けられ、中間層を設けない新しい漸近法は Zou (1998)⁶⁾ により提案されている。JH モデルは単純な地形及び実地形上の流れ場の予測に適用されている^{7)~11)}。実地形上の流れ場の予測結果については Walmsley & Taylor (1996)¹²⁾ により詳しくレビューされ、それによると線形モデルは山の頂上における風速の増加を精度よく予測するが、山背後の風速の減少をうまく再現できない。また最近大木ら¹³⁾ は修正 JH モデルを用い、傾斜角 7.5 度から 45 度までの幾つかの傾斜地及び山型地形について解析を行った。その結果、修正 JH モデルは傾斜角 30 度以下の傾斜地に対して 20% 以下の予測誤差で実験結果を再現する一方、山型地形に対しては傾斜角 15 度を超えると 50% 以上の予測誤差が風下斜面で生じる。全体的に見ると、地形の傾斜角が大きくなると線形モデルによる予測は山頂における最大増速率を過大に評価し、山背後の風速の減少を過小に評価する傾向がある。このように線形モデルは緩やかな地形上の流れの増速率を求めることが可能であるが、山の後流や急峻な地形上の流れ場の予測には問題が残されている。特に日本の山地の殆どは平均傾斜角が 15 度を超す急峻な山地¹⁴⁾ であるために、流れの剥離を再現できる非線形モデルの適用が望まれる。

線形モデルの制約を回避するために、有限差分または有限体積法に基づく非線形モデルが開発され、地形上の流れ場の解析に適用されてきた^{15)~23)}。非線形モデルと線形モデルとの比較は Xu ら (1994)²¹⁾ によって詳しく行われ、線形モデルの使用限界が明らかにされている。Xu らの研究によると、非線形モデルによ

り予測される山頂での最大増速率は線形モデルより小さく、山背後での風速の減少量は線形モデルより大きい。この傾向は山の傾斜角が大きくなるにつれ顕著になる。非線形モデルはその後実地形上の流れ場の予測に適用され、観測結果との比較も行われた^{24)~25)}。線形モデルに比べ、非線形モデルにより予測された山背後の風速値は観測結果に近く、線形モデルによる山背後の風速の過大評価が大きく改善された¹¹⁾。これらの例では線形モデルと非線形モデルとも山の風上斜面及び山頂での風速変化をうまく再現したが、これは解析の対象となった山の傾斜角が小さかったためによるものであり、Xu らの解析結果からも予想されることである。

一般に山の平均傾斜角度が 15 度を超すと²⁶⁾、山の背後にはっきりした剥離域が形成される。この時の山背後の流れ場は元の乱流境界層とまったく異なる性質を示す。緩やかな地形に比べ、剥離を伴う急峻な地形上の流れ場を数値解析により調べた例^{27)~31)} は少ない。曲面をもつ 2 次元山背後の剥離流を調べた最初の例としては Coelho & Pereira (1992)²⁷⁾ の研究が挙げられる。彼らは一般曲線座標系に基づく有限体積法を用い、標準 $k-\varepsilon$ モデルと低レイノルズ数 $k-\varepsilon$ モデルにより、2 次元山の背後の剥離流を詳しく調べた。その結果、平均速度の予測結果は実験値とよく一致したが、乱流剪断応力及び乱れの標準偏差の予測結果は実験値を大きく下回った。その後、Kobayashi ら (1994)²⁸⁾ は森に覆われた 3 つの 2 次元山を解析し、山の傾斜角と剥離の発生との関係を調べた。彼らの解析は平均速度場について実験値を概ね再現したが、風上斜面及び山頂での乱流エネルギーと乱流剪断応力がかなり過大に評価された。このような過大評価は Coelho & Pereira の予測結果にも見られた。単体の 2 次元山の他に、複合山や 3 次元山を越える乱流場についても数値解析により調べられた。Kim ら (1997)³⁰⁾ は 3 種類の $k-\varepsilon$ モデル (標準、RNG、低レイノルズ数) を用いて、高さの異なる 2 つの山が連なっている場合の流れ場を調べた。全体的に平均速度に関する予測結果は実験値とよく一致したが、山背後の剥離流については実験データが得られていなかったために、詳しい検討が行われていない。3 次元山の後流は山を回り込む流れの影響を受けるため、2 次元山の後流と異なる流れの構造となっている³²⁾。3 次元山の後流を解析した例としては Utne & Eidsvik (1996)³¹⁾ の研究が挙げられる。彼らは最大傾斜角 50 度の 2 次元と 3 次元山を越える

流れ場を標準 $k-\varepsilon$ モデルにより調べ、3次元山背後の剥離域が2次元山の剥離域より狭いことや剥離域での変動速度が小さいことを解析により明らかにした。ただし、Utne & Eidsvik の論文の中では3次元山のケースについて実験との比較が行われておらず、数値モデルによる3次元複雑剥離流の予測精度は不明である。

そこで、本研究では、2次元及び3次元山を越える乱流場を2種類の乱流モデルにより解析し、急峻な山を越える乱流場を詳しく調べるとともに、風洞実験の結果との比較を行うことにより数値モデルの予測精度を明らかにする。具体的には、まず本研究で用いられた解析手法及び乱流モデルを述べ、そして、数値モデルを用いて、2次元及び3次元山を越える乱流場を解析し、乱流モデルによる山後流の平均速度分布及び乱流統計量の予測精度を検証するとともに、乱流モデルの違いが流れ場の予測結果に与える影響を検討する。

2. 数値モデル

2.1 支配方程式と乱流モデル

非圧縮の定常流れ（時間平均的に）に対して、直交座標系における質量及び運動量の時間平均方程式は次式で与えられる。

$$\frac{\partial \bar{\rho} \bar{u}_j}{\partial x_j} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \bar{\rho} \bar{u}_i \bar{u}_j}{\partial x_j} = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\mu \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} - \overline{\rho u'_i u'_j}) \quad (2)$$

ここで、 \bar{u}_i と u'_i は物理空間での x_i 方向の速度成分の平均値と変動値を表わし、 \bar{p} は圧力、 ρ は流体の密度、 μ は粘性係数である。

レイノルズ応力 $-\overline{\rho u'_i u'_j}$ は線形渦粘性型モデルにより近似すると、次のようになる。

$$\overline{\rho u'_i u'_j} = \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij} - 2C_\mu \rho \frac{k^2}{\varepsilon} S_{ij} \quad (3)$$

標準 $k-\varepsilon$ モデルを用いる場合、 C_μ の値を 0.09 とする（以下 $C_\mu = 0.09$ の線形渦粘性型モデルを標準モデルと呼ぶ）。

一方、レイノルズ応力は Shih ら³³⁾ により提案された非線形渦粘性型モデル（以下 Shih のモデルと呼ぶ）を用いて近似する場合、次のようになる。

$$\begin{aligned} \overline{\rho u'_i u'_j} = & \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij} - 2C_\mu \rho \frac{k^2}{\varepsilon} S_{ij} \\ & + 2C_2 \rho \frac{k^3}{\varepsilon^2} (-S_{ik} \Omega_{kj} + \Omega_{ik} S_{kj}) \end{aligned} \quad (4)$$

ここでパラメータ C_μ と C_2 は次の式により表わされる。

$$C_\mu = \frac{1}{6.5 + A_s^* U^* (k/\varepsilon)} \quad (5)$$

$$C_2 = \frac{\sqrt{1 - 9C_\mu^2 (Sk/\varepsilon)^2}}{1 + 6S\Omega(k^2/\varepsilon^2)} \quad (6)$$

また、

$$S = \sqrt{S_{ij} S_{ij}}, \quad S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right),$$

$$\Omega = \sqrt{\Omega_{ij} \Omega_{ij}}, \quad \Omega_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} - \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right),$$

$$U^* = \sqrt{S_{ij} S_{ij} + \Omega_{ij} \Omega_{ij}},$$

$$A_s^* = \sqrt{6} \cos \phi, \quad \phi = \frac{1}{3} \arccos \sqrt{6W^*},$$

$$W^* = \frac{S_{ij} S_{jk} S_{ki}}{S^3} \quad (7)$$

Shih のモデルは標準モデルに含まれる幾つかの問題点を改善している。一つは標準モデルにない歪み速度テンソル S_{ij} と渦度テンソル Ω_{ij} の積からなる項を新たに付け加えることにより、レイノルズ応力の非等方性の再現を可能にした。もう一つは流れの実現性 (Realizability) の条件が満たされている。すなわち、ノーマルストレスが正 ($\overline{u'_i{}^2} \geq 0$) であることと、速度のクローズ相関は 1 を超えてはならないこと ($\overline{u'_i u'_j{}^2} / (\overline{u'_i{}^2} \overline{u'_j{}^2}) \leq 1$) である^{34),35)}。単純な流れ場を計算する場合には流れの実現性が大きな問題にならないが、流れが急に変化するような山の風上斜面では標準モデルを用いると負のノーマルストレスが予測される。これは標準モデル中のモデル係数 C_μ を一定としたことによるものである。すなわち、 $S_{11} k/\varepsilon > 1/0.27$ の時に $\overline{u'_1{}^2} < 0$ となり、 $S_{12} k/\varepsilon > 1/0.27$ の時に u'_1 と u'_2 の相関

係数が1を超えてしまう。一方、Shih のモデルでは C_μ が流れ場の関数となっているために、負のノーマルストレスの予測が発生しない。

本研究ではレイノルズ応力 $-\overline{\rho u'_i u'_j}$ のモデル式が予測結果に与える影響を明らかにするため、乱流エネルギー k 及び乱流エネルギーの散逸率 ε の計算はレイノルズ応力の近似方法によらず、次式により行う。

$$\frac{\partial \overline{\rho u_j k}}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] - \overline{\rho u'_i u'_j} \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} - \rho \varepsilon \quad (8)$$

$$\frac{\partial \overline{\rho u_j \varepsilon}}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] - C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{k} \overline{\rho u'_i u'_j} \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} - C_{\varepsilon 2} \frac{\rho \varepsilon^2}{k} \quad (9)$$

式中の定数は標準 $k-\varepsilon$ モデル³⁶⁾の値を用い、 $\sigma_k = 1.0$ 、 $\sigma_\varepsilon = 1.3$ 、 $C_{\varepsilon 1} = 1.44$ 、 $C_{\varepsilon 2} = 1.92$ とした。また乱流粘性係数 μ_t は、乱流エネルギー k と乱流エネルギー散逸率 ε により、次式のように表す。

$$\mu_t = C_\mu \rho \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (10)$$

以上の保存式は、従属変数を ϕ として直交座標系 $x_j (j=1, 2, 3 \text{ for } x, y, z)$ で書くと、次式のようになる。

$$\frac{\partial \rho u_j \phi}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial x_j} \right) + S_\phi \quad (11)$$

ここで、 Γ_ϕ は拡散係数、 S_ϕ はソース項である。各保存式に対する $\phi, \Gamma_\phi, S_\phi$ を Table 1 に示す。

Table 1 支配方式中の $\phi, \Gamma_\phi, S_\phi$ の定義 ($\phi, \Gamma_\phi, S_\phi$ for the governing equations.)

Equation	ϕ	Γ_ϕ	S_ϕ
Mass	1	-	0
Momentum	u_i	μ	$-\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} (-\overline{\rho u'_i u'_j})$
Turbulence Energy	k	$\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k}$	$-\overline{\rho u'_i u'_j} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \rho \varepsilon$
Dissipation	ε	$\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon}$	$-C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{k} \overline{\rho u'_i u'_j} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - C_{\varepsilon 2} \frac{\rho \varepsilon^2}{k}$

2.2 数値解法

本解析は、コロケート格子 (collocated grid) に基づく有限体積法を用いて行った。壁面近傍の解析精度を確保するために、一般曲線座標系 $\xi_j (j=1, 2, 3 \text{ for } \xi, \eta, \zeta)$ を用いた。一般曲線座標における保存式は以下のように表される。

$$\frac{\partial \rho U_j \phi}{\partial \xi_j} = \frac{\partial}{\partial \xi_j} \left(\Gamma_\phi J q_{jk} \frac{\partial \phi}{\partial \xi_k} \right) + JS_\phi \quad (12)$$

ここで、 $U_j (j=1, 2, 3 \text{ for } U, V, W)$ は反変速度成分であり、

$$\begin{bmatrix} U \\ V \\ W \end{bmatrix} = J \begin{bmatrix} \xi_x & \xi_y & \xi_z \\ \eta_x & \eta_y & \eta_z \\ \zeta_x & \zeta_y & \zeta_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} \quad (13)$$

また J は変換のヤコビアンである。

$$J = \frac{\partial(x, y, z)}{\partial(\xi, \eta, \zeta)} = \begin{bmatrix} x_\xi & y_\xi & z_\xi \\ x_\eta & y_\eta & z_\eta \\ x_\zeta & y_\zeta & z_\zeta \end{bmatrix} \quad (14)$$

また、 q_{jk} は次のように定義される。

$$q_{jk} = \frac{\partial \xi_j}{\partial x_i} \frac{\partial \xi_k}{\partial x_i} \quad (15)$$

本研究では保存式の離散化は Patankar³⁷⁾ の方法に従って行う。最終的に離散化した保存式は次のように表される。

$$a_p \phi_p = \sum_{nb} a_{nb} \phi_{nb} + b_p \quad (16)$$

ここで、 a は保存式の対流と拡散項を表し、 b_p はソース項、 nb (neighbor point) は Fig.1 に示す要素 (中心 P) に接する各要素を表す。

数値解法は Patankar により提案された SIMPLE 法に準じる。また数値的な振動を防ぐために、Rhie & Chow³⁸⁾ により提案された圧力加重補間法を用い、圧力と速度との結合を強化した。対流項の差分近似については速度に対して QUICK³⁹⁾、乱流特性量である k, ε に対して一次風上差分を使用した。線形方程式の解法としては運動方程式について SIP 法⁴⁰⁾、圧力補正

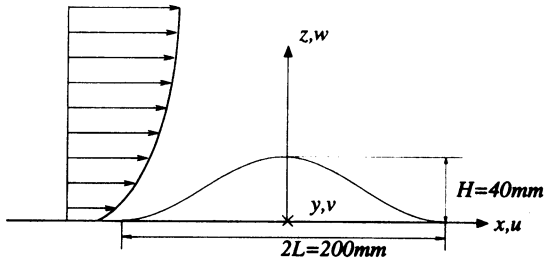


Fig. 2 座標系と符号
(Coordinate system and notations.)

$$z_s = \begin{cases} H \cos^2\left(\pi \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{2L}\right), & \sqrt{x^2 + y^2} < L \\ 0, & \sqrt{x^2 + y^2} \geq L \end{cases} \quad (21)$$

本研究では、 x, y, z 軸をそれぞれ流れ方向、流れ直角方向、鉛直方向にとり、山の中心軸の位置を x と y 軸の原点とする。また解析領域の底面からの高さは第 2 の鉛直軸 z' で表す。

解析は Table 2 に示す 2 つのケースについて行った。ケース 1 は 2 次元山を対象としたもので、流れの剥離が山を越える乱流境界層に与える影響を明らかにする。ケース 2 は 3 次元山を対象としたもので、流れの 3 次元性が山の後流に与える影響を調べる。各ケースの解析領域及び解析に用いたメッシュ数は Table 2 に示す。Fig. 3 には計算格子の一例を示す。山を越える流れ場の解像度を上げるために、山頂近傍に格子を集めた。また格子依存性を調べるために、メッシュ数を 2 倍に増やした解析も行い、解析結果が殆ど変化しないことを確認した。

3.2 2次元山を越える乱流場

急峻な 2 次元山を越える流れ場は Fig. 4 に示すように 5 つの領域に分けることができる。すなわち、山の影響を受けない上流域、山の風上麓における減速域、山頂での増速域、そして山背後の剥離域とその後のウェーク域である。本研究では山近傍の流れ場に注目して、平均速度及び乱流統計量の数値予測結果と風洞実験との比較を行う。

Fig. 5 には 2 次元山における平均速度成分 U, W の鉛直分布を示す。全体的に見ると、Shih の非線形 $k-\varepsilon$ モデルによる予測結果は標準 $k-\varepsilon$ モデルより実験値に近く、再付着点の位置も正確に再現している。

Table 2 解析領域
(Integration domain.)

Case	Dimensions	X_L/H	Y_L/H	Z_L/H	$N_x \times N_y \times N_z$
1	2D hill	60	—	22.5	$71 \times 1 \times 32$
2	3D hill	60	20	22.5	$71 \times 35 \times 32$

X_L, Y_L and Z_L are length, width and height of the integration domain. N_x, N_y and N_z are grid points in x, y, z directions.

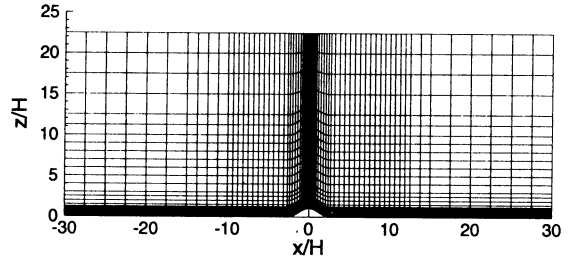


Fig. 3 解析に用いた格子
(Typical mesh used in the simulations.)

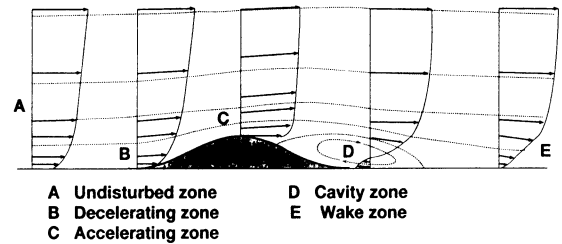


Fig. 4 急峻な 2 次元山を越える流れ場の概念図
(Schematic diagram of flow field over a 2-D steep hill.)

一方、標準 $k-\varepsilon$ モデルの解析結果は風上斜面及び山頂において実験値より若干大きく、再付着距離は実験値より短い。再付着距離の実験値³²⁾が $X_r = 6.4H$ であるのに対して、Shih のモデルの予測値は $6.5H$ 、標準 $k-\varepsilon$ モデルの予測値は $5.3H$ である。標準 $k-\varepsilon$ モデルが短い再付着距離を予測することはバックステップ流れの予測からも知られており、剥離域における乱流エネルギーの過大評価によるものと言われている⁴³⁾。しかし、標準 $k-\varepsilon$ モデルを用いた Coelho & Pereira²⁷⁾ の解析結果からは顕著な再付着距離の過小評価が見られなかった。Coelho & Pereira²⁷⁾ の解析結果を詳しく調べると、山頂付近での乱流エネルギーが過大に評価されていることが分かる。因みに、壁面付近での乱流エネルギーの過大生成を制限する条件を外した場合、標準 $k-\varepsilon$ モデルにより予測される再付着距離は

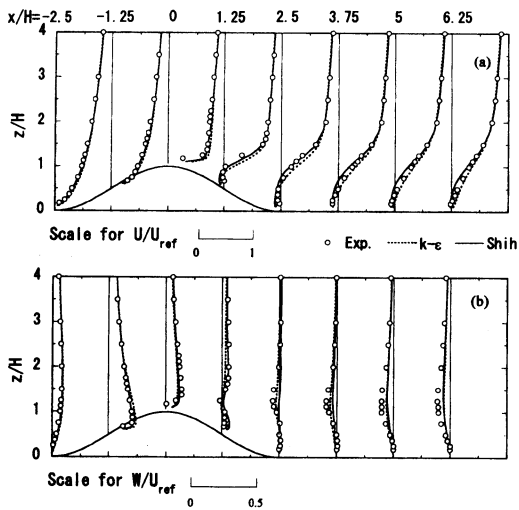


Fig. 5 2次元山における平均速度成分 U , W の鉛直分布 (Vertical profiles of mean velocities for the 2-D hill.)

6.0H と長くなるが、風上斜面及び山頂付近における乱流エネルギーの過大評価が見られる⁴⁴⁾。Fig.7 の中の細かい実線 (山頂) はその一例を示す。壁面付近での乱流エネルギーの値は急に大きくなっていることが分かる。このように剥離域の上流側の乱流エネルギーが正しく予測されていない場合、剥離域の予測結果 (例えば、平均風速分布) から乱流モデルの善し悪しを判断すると、誤った評価になる危険性があり注意を要する。

Fig.6 には2次元山における平均速度のベクトル (Shih のモデルによる) を示し、図中の実線は流線を表している。山の登り斜面では流れの上昇が見られ、山の頂点を越えると流れの剥離が見られる。この剥離流に伴い、山の背後に大きな循環流が形成される。2次元山の場合、連続式を満たすために流線が閉じるのが特徴である。

変動風速の予測は構造物に作用する動的な風荷重の評価に重要であり、高い予測精度が要求される。Fig.7 には2次元山における乱流エネルギーの鉛直分布を示す。全体的に見ると、Shih の非線形 $k-\epsilon$ モデルによる予測結果は標準 $k-\epsilon$ モデルより実験値に近い。特に剥離域における乱流エネルギーの過大評価は Shih のモデルにより大きく改善されていることが分かる。剥離域での乱流エネルギーの過大評価はバックステップ流れの予測結果にも見られている⁴¹⁾。Shih の非線形 $k-\epsilon$ モデルによる乱流エネルギーの予測精度の向上

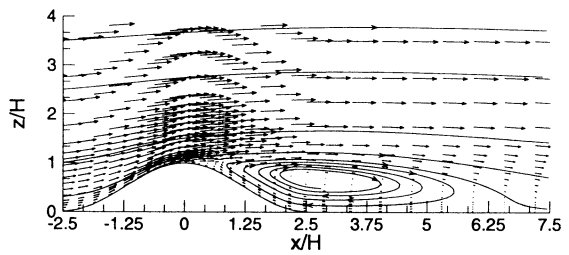


Fig. 6 2次元山における平均速度ベクトルと流線 (Mean velocity vectors and streamlines for the 2-D hill.)

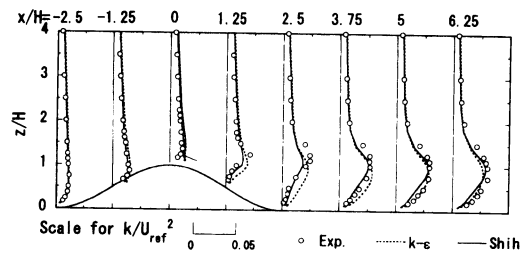


Fig. 7 2次元山における乱流エネルギーの鉛直分布 (Vertical profiles of the turbulent kinetic energy for the 2-D hill.)

は剥離域に限らず、山の風上斜面及び山頂付近においても見られた。これは非線形 $k-\epsilon$ モデルを用いることにより、レイノルズ応力の非等方性の予測精度が改善されたことによるものと考えられる。

Fig.8 には2次元山における3成分のノーマルストレスの鉛直分布を示す。標準 $k-\epsilon$ モデルは3成分のノーマルストレスを等方的に評価してしまうために、流れ方向のノーマルストレスを過小に評価し、鉛直方向のノーマルストレスを過大に評価する。それに対して Shih の非線形 $k-\epsilon$ モデルによる予測はノーマルストレスの非等方性をよく再現している。ただし、風上斜面及び山頂においては Shih の非線形 $k-\epsilon$ モデルによる改善効果が見られたものの、流れ方向のノーマルストレスの過小評価及び鉛直方向のノーマルストレスの過大評価は完全には解消されていない。この結果は山の風上斜面における平均流れ場の急激な変化に関係している。すなわち、流れの移流効果の大きい風上斜面においては2方程式モデルがノーマルストレスにおける流れの移流効果を正しく反映できず、平均速度の局所的な変化を過大に評価してしまうと考えられる。移流効果の大きい風上斜面及び山頂においては乱流統計量の予測にレイノルズ応力モデルの使用が有効である²³⁾。

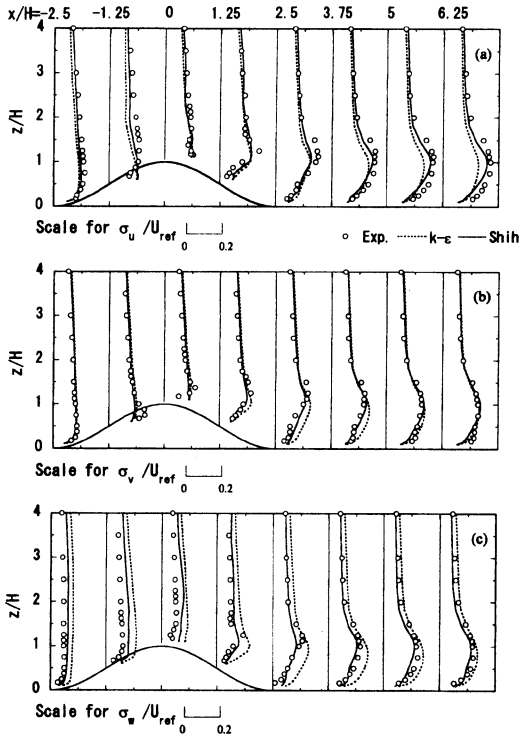


Fig. 8 2次元山における3成分のノーマルストレスの鉛直分布
(Vertical profiles of three normal stresses for the 2-D hill.)

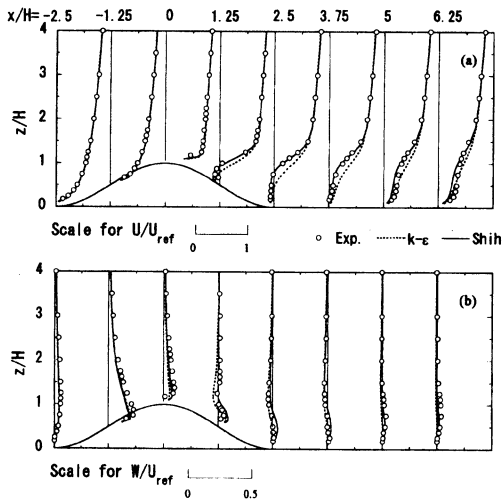


Fig. 9 3次元山の中心断面における平均速度成分U, Wの鉛直分布
(Vertical profiles of mean velocities in the central plane of the 3-D hill.)

3.3 3次元山を越える乱流場

2次元山を越える乱流場に比べ、3次元山を越える乱流場は流れの3次元性の影響を受け、一層複雑になっている。これまでに数値解析による3次元山を越える乱流場を調べた例が少なく、3次元山背後の流れ構造については不明な点が残されている。

Fig.9には3次元山の中心断面における平均速度成分 U , W の鉛直分布を示す。全体的に見ると、Shih の非線形 $k-\varepsilon$ モデルによる解析結果は標準 $k-\varepsilon$ モデルより実験値に近く、山背後の剥離域での流速分布も正確に再現している。一方、標準 $k-\varepsilon$ モデルの解析結果は剥離域での平均流速成分 U を過大に評価し、また山を回り込む流れの収束により形成された上昇流を正確に再現していないことが分かる。標準 $k-\varepsilon$ モデルが剥離域での平均流速成分 U を過大に評価する理由は2次元山の場合と同じであり、乱流エネルギーの過大評価によるものと考えられる。Fig.10には山の側

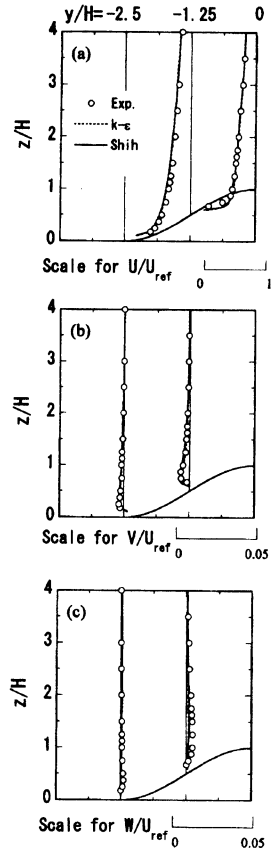


Fig.10 $x/H=0$ 断面における平均速度成分 U , V , W の鉛直分布
(Vertical profiles of mean velocities in the $x/H=0$ plane.)

面における平均流速成分 U , V , W の鉛直分布を示す。山の側面における流れ場は剥離を伴わないために、標準 $k-\varepsilon$ モデルによる予測結果も実験値とよく一致している。

Fig.11 には 3 次元山における流線を示す。山背後に回り込んだ流線は山の風下斜面に生じた上昇流によって山頂まで持ち上げられた後に下流方向に流れていく。この流れパターンは 2 次元山背後の流れパターンとかなり異なっていることが分かる。3 次元山背後の流れ構造を詳しく調べるため、幾つかの代表的な地点での平均速度ベクトル図を作成した。

Fig.12 には 3 次元山の中心断面における平均速度ベクトルと流線 (Shih のモデルによる) を示す。2 次元山と同様に、山の登り斜面では流れの上昇が見られ、山の頂点を越えると流れの剥離が見られる。剥離するまでに 2 次元山と 3 次元山を越える流れ場のパターンには大きな差が見られないが、剥離した後の流れのパターンは 2 次元と 3 次元とは全く異なる。2 次元の剥離泡には閉じた流線が形成されるに対して、3 次元の剥離泡には開いた流線が形成される。2 次元剥離の場合は流れが連続式を満たすために循環流を形成しなければならない。一方、3 次元剥離の場合はスパン方向の流れが存在するために、循環流がなくても流れの連続式を満たすことができる。すなわち、3 次元山の中心断面内の流れ場を 2 次元場と見なす時に、速度成分 V のスパン方向の変化量は 2 次元場の中のソースあるいはシンクとなる。連続式 $(\partial U / \partial x + \partial W / \partial z = -\partial V / \partial y)$ から分かるように、 $\partial V / \partial y$ が負の時にソースとなり、正の時にシンクとなる。実際に山の風下麓では回り込む流れが存在し、 $\partial V / \partial y$ が負になっていることが解析結果から分かる。

山を回り込む流れの動きは山の表面に平行な面内の流速分布から容易に観察することができる。Fig.13 には $z'/H = 0.025$ 内の平均速度ベクトルと流れパターンを示す。山の風下斜面には山を回り込む流れにより山の表面に垂直な軸をもつ渦が形成されている。この渦は少なくとも 3 つの方向からの流れによって維持されている。このような流れパターンは three-way-encounter pattern と呼ばれ、3 次元剥離流のみに見られる。この渦に伴い山の風下麓に中心断面に向かう流れが形成される。この流れに伴う速度成分 V のスパン方向の変化は仮想的な 2 次元場 (中心断面) の中のソースとなる。

Fig.14(a)~(c)には主流に垂直となる鉛直断面内の

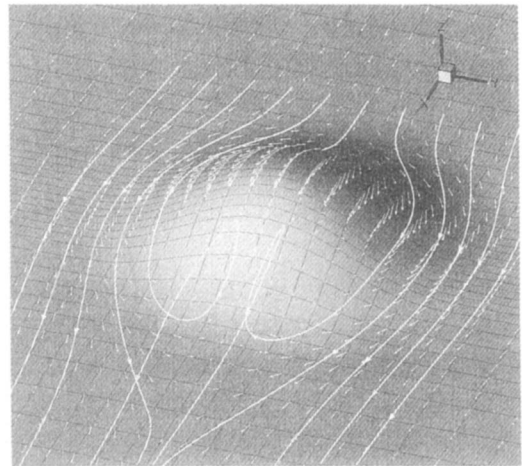


Fig. 11 3 次元山における流線
(Streamlines for the 3-D hill.)

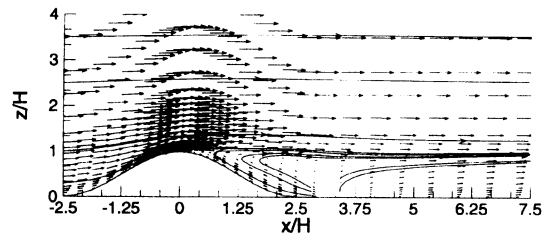


Fig. 12 3 次元山の中心断面 ($y/H=0$) における平均速度ベクトルと流線
(Mean velocity vectors and streamlines in the central plane of the 3-D hill.)

平均速度ベクトルと流れパターンを示す。流れ場は上流から下流に向かって示されている。山の風上麓を通る ($x/H = -2.5$) 鉛直断面 (Fig.14(a)) には山を回ろうとする流れの影響を受け、主流に直角となる速度成分がすべて上向きあるいは外向きとなっている。この流れは壁面付近において山の右側に時計回りの渦度また山の左側に反時計回りの渦度を作り出す。Fig.14(b)には山の風下麓を通る鉛直断面内 ($x/H = 2.5$) の流れパターンを示す。この断面では山を回り込む流れの影響で中心断面に向かう流れ成分がかなり強くなっている。また山の高さより少し低い位置には中心断面に挟んで一対の縦渦が存在しており、この一対の渦により山の背後に 'upwash' と呼ばれる上向きの流れが作り出されていることが分かる。山背後の縦渦は山の壁面近傍で作られた渦度に強く関係し、縦渦のもつ渦度の符号は山の風上側の壁面近傍で作られた渦度の流れ方向成分の符号と同じである。Fig.14(c)には山の下流側の

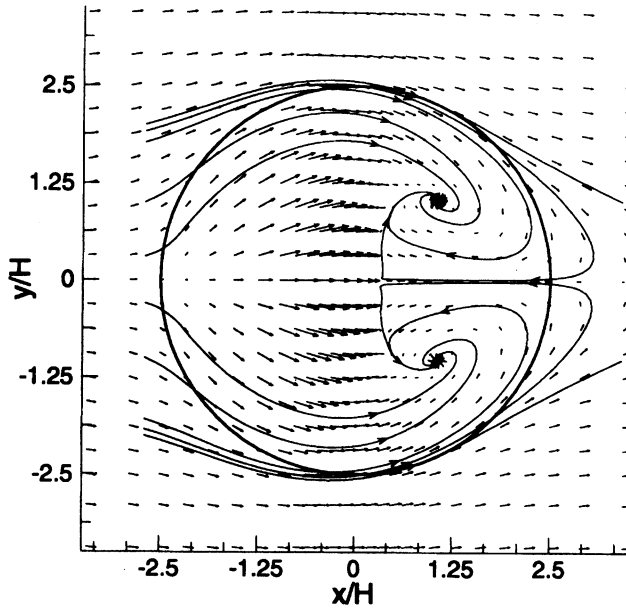


Fig. 13 3次元山の表面に平行な面 ($z/H=0.025$) 内の平均速度ベクトルと流れパターン
(Mean velocity vectors and flow pattern in the parallel surface of the 3-D hill.)

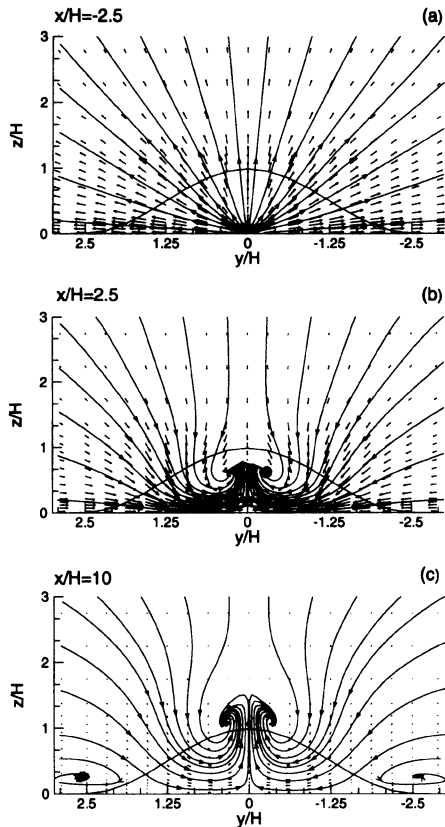


Fig. 14 yz断面内の平均速度ベクトルと流れパターン
(Mean velocity vectors and flow patterns in the yz sections.)

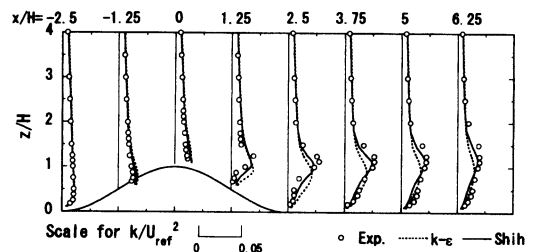


Fig. 15 3次元山の中心断面 ($y/H=0$) における乱流エネルギーの鉛直分布
(Vertical profiles of the turbulent kinetic energy in the central plane of the 3-D hill.)

鉛直断面内 ($x/H=10$) の流れパターンを示す。主流に直角となる速度成分は弱くなっているものの、一対の縦渦はしっかりと残されている。この一対の縦渦は下流にいくにつれて縦渦自身により作り出された上向きの流れによって高く持ち上げられていることが分かる。またこの断面では元の縦渦の外側壁面付近に新たに一対の縦渦が現れている。この2次渦は元の縦渦と反対向きの渦度をもっている。ただし、これらの渦は流れを時間平均的に見た場合に現れるもので、流れ場に瞬間的に存在するものではないことに注意されたい。

急峻な3次元山を越える流れ場の乱流特性を数値解析により調べた例が少なく、乱流モデルの違いが変動

風速の予測精度に与える影響について不明な点が多く残されている。Fig.15 には3次元山の中心断面 ($y/H=0$) における乱流エネルギーの鉛直分布を示す。2次元山の場合と同様に、Shih の非線形 $k-\varepsilon$ モデルによる予測結果は標準 $k-\varepsilon$ モデルより実験値に近い。特に標準 $k-\varepsilon$ モデルによる乱流エネルギーの過大評価は Shih のモデルにより大きく改善されている。Shih の非線形 $k-\varepsilon$ モデルによる乱流エネルギーの予測精度の向上は山の風上斜面及び山頂付近にも見られた。これは非線形 $k-\varepsilon$ モデルを用いることにより、レイノルズ応力の非等方性の予測精度が改善されたことによるものと考えられる。

Fig.16 には3次元山の中心断面 ($y/H=0$) における3成分のノーマルストレスの鉛直分布を示す。標準 $k-\varepsilon$ モデルは3成分のノーマルストレスを等方的に評価してしまうために、 σ_u を過小に評価し、 σ_w を過大に評価する。それに対して Shih の非線形 $k-\varepsilon$ モデルによる予測はノーマルストレスの非等方性をよく再現している。ただし、後流域での σ_v の鉛直分布に見

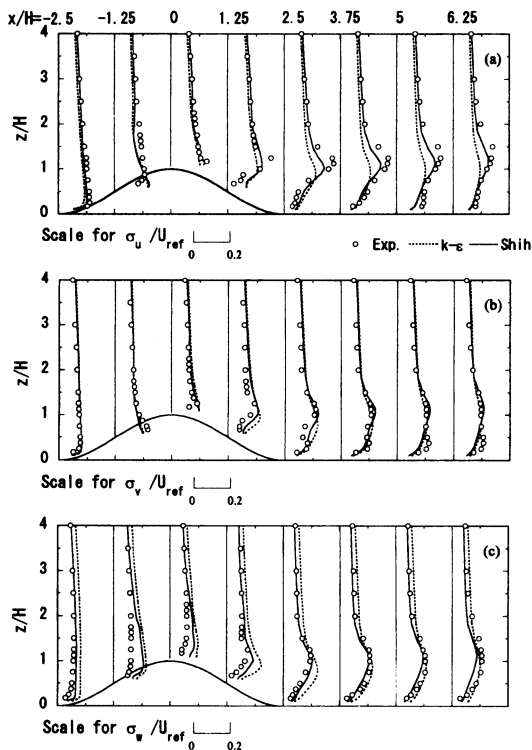


Fig. 16 3次元山の中心断面 ($y/H=0$) における3成分のノーマルストレスの鉛直分布
(Vertical profiles of three normal stresses in the central plane of the 3-D hill.)

られた壁面付近の2番目のピークは Shih のモデルも十分に再現していない。また風上斜面及び山頂においては Shih のモデルによる改善効果が見られたものの、 σ_u の過小評価及び σ_w の過大評価は完全には解消されていないことが分かる。これは2次元山の場合と同じ理由によるものと思われる。すなわち、流れの移流効果の大きい風上斜面においては2方程式モデルがノーマルストレスにおける流れの移流効果を正しく反映できず、平均速度の局所的な変化を過大に評価してしまうと考えられる。Fig.17 には $x/H=0$ 断面における3成分のノーマルストレスの鉛直分布を示す。全体的に見ると、Shih の非線形 $k-\varepsilon$ モデルによる予測結果は標準 $k-\varepsilon$ モデルより実験値に近い。またノーマルストレスの非等方性も Shih のモデルにより再現されていることが分かる。

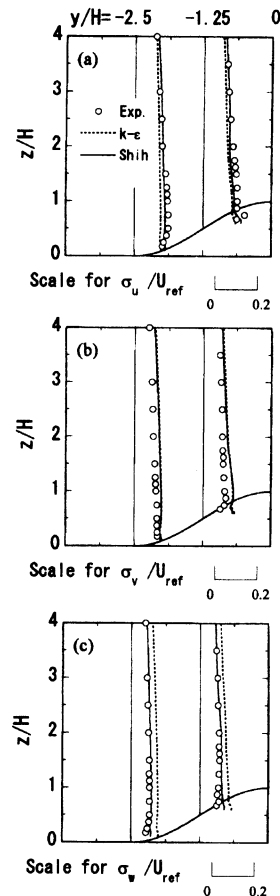


Fig. 17 $x/H=0$ 断面における3成分のノーマルストレスの鉛直分布
(Vertical profiles of three normal stresses in the $x/H=0$ plane.)

4. まとめ

本研究では、2次元及び3次元山を越える乱流場を標準 $k-\varepsilon$ モデル及び Shih の非線形 $k-\varepsilon$ モデルにより解析し、山の後流域での流れ構造を詳しく調べるとともに、風洞実験結果との比較を行うことにより数値モデルによる平均速度及びレイノルズ応力の予測精度を明らかにした。その結果、以下のような結論が得られた。

- (1) 平均速度場については Shih の非線形 $k-\varepsilon$ モデルによる予測結果が標準 $k-\varepsilon$ モデルより実験値に近い。また標準 $k-\varepsilon$ モデルによる再付着距離の過小評価は Shih のモデルにより改善されている。
- (2) 変動風速場については Shih のモデルによる予測結果が標準 $k-\varepsilon$ モデルより実験値に近く、ノーマルストレスの非等方性もよく再現している。また標準 $k-\varepsilon$ モデルによる乱流エネルギーの過大評価は Shih のモデルにより大きく改善されている。ただし、流れの移流効果の大きい風上斜面及び山頂における Shih のモデルの予測精度は改善の余地が残されている。
- (3) 風上斜面及び山頂における壁面付近の乱流エネルギーの過大評価は剥離域における平均速度分布及び再付着距離の予測に大きな影響を与えることが解析結果から分かった。また本研究では乱流エネルギーの過大生産を制限する方法を用いることにより、風上斜面及び山頂における乱流エネルギーの過大評価が解消され、乱流モデルの正確な評価が可能になった。
- (4) 山背後の流れ構造については流れが剥離するまでに2次元山と3次元山を越える流れ場のパターンには大きな差が見られないが、剥離した後の流れのパターンは2次元と3次元とは全く異なる。2次元の剥離泡に閉じた流線が形成されるのに対して、3次元の剥離泡には開いた流線が形成される。
- (5) 3次元山の後流には一対の縦渦が存在することが分かった。山背後の縦渦は山の壁面近傍で作られた渦度に強く関係し、縦渦のもつ渦度の符号は山の壁面近傍で作られた渦度の流れ方向成分の符号と同じである。

参考文献

- 1) P. S. Jackson and J. C. R. Hunt : Turbulent wind flow over a low hill, *Quart. J. R. Meteorol. Soc.*,

Vol. 101, 1975, pp. 929-955.

- 2) P.J. Mason and R.I. Sykes : Flow over an isolated hill of moderate slope, *Quart. J. R. Meteorol. Soc.*, Vol. 105, 1979, pp. 383-395.
- 3) J. L. Walmsley, J.R. Salmon and P.A. Taylor : On the application of a model of boundary layer flow over low hills to real terrain, *Boundary-Layer Meteorol.* Vol.23, 1982, pp.17-46.
- 4) J. L. Walmsley, P.A. Taylor and T. Keith : A simple model of neutrally stratified boundary layer flow over complex terrain with surface roughness modulations (MS3DJH/3R), *Boundary-Layer Meteorol.* Vol.36, 1986, pp.157-186.
- 5) J. C. R. Hunt, S. Leibovich and K. J. Richards: Turbulent wind flow over a low hill, *Quart. J. R. Meteorol. Soc.*, Vol. 114, 1988, pp.1435-1470.
- 6) Q. P. Zou : A viscoelastic model for turbulent flow over undulating topography. *J. Fluid Mech.* Vol.355, 1998, pp.81-112.
- 7) P.J. Mason and J.C. King : Measurements and predictions of flow and turbulence over an isolated hill of moderate slope, *Q. J. R. Meteorol. Soc.*, Vol.111, 1985, pp.617-640.
- 8) J.R. Salmon, H.W. Teunissen, R.E. Mickle and P.A. Taylor : The Kettles Hill Project : Field observations, wind-tunnel simulations and numerical model predictions for flow over a low hill, *Boundary-Layer Meteorol.*, Vol.43, 1988, pp.309-343.
- 9) A.C.M. Beljaars, J. L. Walmsley and P.A. Taylor : A mixed spectral finite-difference model for neutrally stratified boundary-layer flow over roughness changes and topography, *Boundary-Layer Meteorol.*, Vol.38, 1987, pp.273-303.
- 10) J. L. Walmsley and J. Padro : Shear stress results from a mixed spectral finite difference model: Application to the Askevein Hill Project Data, *Boundary-Layer Meteorol.* Vol.51, 1990, pp.169-178.
- 11) K.W. Ayotte, D. Xu and P.A. Taylor: The impact of different turbulence closures on predictions of the mixed spectral finite difference model for flow over topography, *Boundary-Layer Meteorol.* Vol.68, 1994, pp.1-33.

- 12) J. L. Walmsley and P.A. Taylor : Boundary-layer flow over topography : Impacts of the Askervein study, *Boundary-Layer Meteorol.* Vol.78, 1996, pp.291-320.
- 13) 大木祥光, 河井宏允, 藤波 潔 : 風に及ぼす地形の影響に関する研究, 日本建築学会大会学術講演梗概集, 1998, pp.119-120.
- 14) 西村健二 : 日本山地地形の数量的考察, 1958, 複写印刷.
- 15) P.A. Taylor: Some numerical studies of surface boundary-layer flow above gentle topography, *Boundary-Layer Meteorol.* Vol.11, 1977, pp.439-465.
- 16) D. M. Deaves: Wind over hills: A numerical approach, *J. Indust. Aerodynamics*, Vol.1, 1976, pp.371-391.
- 17) D. M. Deaves: Computations of wind flow over two-dimensional hills and embankments, *J. Wind Eng. and Indust. Aerodyn.*, Vol.6, 1980, pp.81-111.
- 18) O. Zeman and N. O. Jensen : Modification of turbulence characteristics in flow over hills, *Quart. J. R. Met. Soc.*, Vol. 113, 1987, pp.55-80.
- 19) D. A. Paterson and J.D. Holms: Computation of wind flow over topography, *J. Wind Eng. and Indust. Aerodyn.*, Vol.46/47, 1993, pp.471-476.
- 20) D. Xu, and P.A. Taylor: A non-linear extension of the mixed spectral finite-difference model for neutrally stratified turbulent flow over topography, *Boundary-Layer Meteorol.* Vol.59, 1992, pp.177-186.
- 21) D. Xu, K.W. Ayotte and P.A. Taylor: Development of a non-linear mixed spectral finite-difference model for turbulent boundary-layer flow over topography, *Boundary-Layer Meteorol.* Vol.70, 1994, pp.341-367.
- 22) R.Ying and V.M. Canuto: Turbulence modelling over two-dimensional hills using an algebraic Reynolds stress expression, *Boundary-Layer Meteorol.*, Vol.77, 1995, pp.69-99.
- 23) R.Ying and V.M. Canuto: Numerical simulation of flow over two-dimensional hills using a second-order turbulence closure model, *Boundary-Layer Meteorol.*, Vol.85, 1997, pp.447-474.
- 24) G. D. Raithby, G.D. Stubbley and P.A. Taylor: Askervein Hill Project: A finite control volume prediction of three-dimensional flows over the hill, *Boundary-Layer Meteorol.* Vol.39, 1987, pp.247-267.
- 25) J. L. Walmsley, K. Wang, S.R. Karpik, D. Xu, and P.A. Taylor : Applications of the mixed spectral finite difference (MSFD) and its nonlinear extension (NLMSFD) to wind flow over Blashaval Hill, *Proc. 20th ITM on Air Pollution Modelling and its Application*, 1994.
- 26) J.J. Finnigan : Air flow over complex terrain, In *Flow and Transport in the Natural Environment* (ed. W. L. Steffen and O. T. Denmead), Springer, 1988, pp.183-229.
- 27) P.J. Coelho and J.C.F. Pereira: Finite volume computation of the turbulent flow over a hill employing 2D or 3D non-orthogonal collocated grid systems, *Int. J. Num. Methods Fluids*, Vol. 14, 1992, pp.423-441.
- 28) M.H. Kobayashi J.C.F. Pereira and M.B.B. Siqueira: Numerical study of turbulent flow over and in a model forest on a 2D hill, *J. Wind Eng. and Indust. Aerodyn.*, Vol.53, 1994, pp.357-374.
- 29) A.D. Ferreira, A.M.G. Lopes, D.X. Viegas, A.C.M. Sousa: Experimental and numerical simulation of flow around two-dimensional hills, *J. Wind Eng. and Indust. Aerodyn.*, Vol.54/55, 1995, pp.173-181.
- 30) H.J. Kim, C.M. Lee, H.C. Lim and N.H. Kyong: An experimental and numerical study on the flow over two-dimensional hills, *J. Wind Eng. and Indust. Aerodyn.*, Vol.66, 1997, pp.17-33.
- 31) T. Utnes and K. J. Eidsvik: Turbulent flows over mountainous terrain modelled by the Reynolds equations, *Boundary-Layer Meteorol.*, Vol.79, 1996, pp.393-416.
- 32) 石原 孟, 日比一喜 : 急峻な山を越える乱流場に関する実験的研究, 第15回風工学シンポジウム論文集, 1998, pp.61-66.
- 33) T. H. Shih, J. Zhu and J.L. Lumley : A new Reynolds stress algebraic equation model, *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.*, Vol.125,

- 1995, pp.287-302.
- 34) U. Schumann : Realizability of Reynolds-stress turbulence models, *Phys. Fluids*, Vol. 20, 1977, pp.721-75.
- 35) J. L. Lumley : Computational modeling of turbulent flows, *Adv. Appl. Mech.* Vol. 18, 1978, pp.124-176.
- 36) W.P. Jones and B.E. Launder: The prediction of laminarization with a two-equation model of turbulence, *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 15, 1972, pp.301-314.
- 37) S. V. Patankar : Numerical heat transfer and fluid flow, McGraw-Hill, New York, 1980.
- 38) C. M. Rhie and W. L. Chow : Numerical study of the turbulent flow past an airfoil with trailing edge separation, *AIAA J.* Vol. 21 1983, pp.1525-1532.
- 39) B. P. Leonard : A stable and accurate convective modelling procedure based on quadratic upstream interpolation, *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.* Vol.19, 1979, pp.59-98.
- 40) H.L. Stone : Iterative solution of implicit approximation of multidimensional partial differential equations, *SIAM J. Numer. Anal.*, Vol. 5, 1968, pp.530-558.
- 41) D. Keshaw : The incomplete Cholesky conjugate gradient method for the iterative solution of system of linear equations, *J. Comput. Phys.* Vol.26, 1970, pp.43-65.
- 42) B. E. Launder and D. B. Spalding : The Numerical computation of turbulent flows, *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.*, Vol.3, 1974, pp.269-289.
- 43) 長野靖尚, 森西洋平, 笠木伸英 : バックステップ流れの数値解析とその検証, 流れ解析プログラム検証研究分科会 (RC104) 成果報告書, 日本機会学会, 1994, pp.239-255.
- 44) 石原 孟, 老川 進 : 急峻な山を越える流れと拡散に関する研究, その2 流れ場の数値予測, 大気環境学会年会講演要旨集, 1998, pp.337.