

# LES モデルを用いた数値流体解析による竜巻状渦内の乱流場の解明

Numerical study on turbulent flow fields of a tornado-like vortex by using the LES model

石原 孟<sup>1)</sup> 長坂 陽介<sup>2)</sup> 劉 震卿<sup>3)</sup>

Takeshi ISHIHARA<sup>1)</sup>, Yousuke NAGASAKA<sup>2)</sup>, Zhenqing LIU<sup>3)</sup>

## ABSTRACT

Turbulent flow fields of a tornado-like vortex have been investigated by using the LES model. The detailed information of the turbulent flow fields is provided and the force balances in radial and vertical directions are evaluated by the time-averaged axisymmetric Navier-Stokes equations. It is found that the turbulence has slightly influence on the mean flow fields in the radial direction whereas it shows strong impacts in the vertical direction. In addition, the flow pattern is investigated to clarify dynamics of the flow. As a result, an organized swirl motion is observed, which is the main source of the turbulence for the radial and tangential components. The gust is also examined and it is found to be very large near the center of the tornado-like vortex.

Key Words: Numerical tornado simulator, LES, Tornado-like vortex, Turbulent flow fields, Organized swirl motion, Gust speed

## 1. はじめに

近年日本においては竜巻による大きな被害が増えている。地表付近での竜巻による被害のほとんどは突風によるものであるため、最近 Tari ら<sup>1)</sup>は竜巻渦内の乱流場に注目し、レーザードップラー流速計による計測を行った。竜巻渦内の三次元乱流場を計測するために、ドップラーレーダーを用いた現地観測があるが、レーダーが地上の構造物に遮られるため、地表付近のデータが得られにくい。また、竜巻発生装置<sup>2)</sup>による竜巻渦に伴う乱流場の研究は、Wan Chang<sup>3)</sup>をはじめ、文字・光田<sup>4)</sup>、松井・田村<sup>5)</sup>により数多く行われたが、熱線風速計やレーザードップラー流速計による竜巻渦に伴う3次元乱流場の計測の困難さから、詳細な乱流統計量のデータは得られていない。一方、近年数値流体解析による研究<sup>6),7),8)</sup>が進み、Ishihara ら<sup>8)</sup>は、松井・田村<sup>5)</sup>の竜巻発生装置を模擬した数値モデルを作成し、LESを用いた数値流体解析により室内実験の再現に成功した。この研究では、竜巻状渦内の詳細な平均風速場および、その形成メカニズムを明らかにした。しかし、竜巻渦の乱流特性については不明な点が残されている。

そこで、本研究では、まず数値竜巻発生装置を作成し、竜巻状渦を数値的に発生させ、竜巻状渦内の三次元乱流場を明らかにするとともに、時間平均ナビエ・ストークス方程式における各項のバランスを調べることにより、竜巻状渦に伴う乱れの平均風速場への寄与を明らかにする。また、竜巻状渦の瞬間的な流れ場を調べ、竜巻渦内の変動風速の形成メカニズムを解明するとともに、耐風設計上重要な最大瞬間風速の空間分布を明らかにする。

## 2. 数値解析モデル

### 2.1 支配方程式と乱流モデル

<sup>1)</sup> 東京大学大学院工学系研究科 社会基盤学専攻 教授

(〒113-8656 東京都文京区本郷 7-3-1)

<sup>2),3)</sup> 東京大学大学院工学系研究科 社会基盤学専攻 大学院生

(〒113-8656 東京都文京区本郷 7-3-1)

本解析では、空間的なフィルタリング操作を施した非圧縮性ナビエ・ストークス方程式を用いて行った。支配方程式は、非定常項を含むナビエ・ストークス方程式に対して空間フィルターをかけることで得られる。

$$\frac{\partial \rho \tilde{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \tilde{u}_i) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho \tilde{u}_i \tilde{u}_j) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \mu \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} \right) - \frac{\partial \tilde{P}}{\partial x_i} - \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \quad (2)$$

ここで、 $\tilde{u}_i$ 、 $\tilde{P}$ はフィルター平均化された速度と圧力を表わし、 $\rho$ は流体の密度、 $\mu$ は流体の粘性係数を表わす。また $\tau_{ij}$ は、サブグリッドスケールのレイノルズ応力であり、次式により定義される。

$$\tau_{ij} = -2\mu_t \tilde{S}_{ij} + \frac{1}{3} \tau_{kk} \delta_{ij}, \quad \tilde{S}_{ij} \equiv \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad (3)$$

また $\mu_t$ はサブグリッドスケールの乱流粘性係数、 $\tilde{S}_{ij}$ はひずみ速度テンソルである。サブグリッドスケールの乱流粘性係数については Smagorinsky モデルを用いて、次式より求める。

$$\mu_t = \rho L_s^2 |\tilde{S}| = \rho L_s \sqrt{2\tilde{S}_{ij}\tilde{S}_{ij}} a \theta S r_c, \quad L_s = \min(\kappa \delta, C_s \Delta^{1/3}) \quad (4)$$

ここで、 $L_s$ はサブグリッドスケールでの混合長さ、 $\kappa$ はカルマン定数(0.42)、 $\delta$ は格子の中心から最も近い壁までの距離、 $\Delta$ は計算格子の体積である。本研究ではモデル係数 $C_s$ は、0.032とした<sup>9)</sup>。

本解析は、非構造格子に基づく有限体積法を用いて行った。支配方程式の離散化は、対流項と粘性項に2次精度中心差分、非定常項に2次精度陰解法をそれぞれ使い、離散化した方程式の数値解法には陰解法のSIMPLE法を適用した<sup>9)</sup>。

## 2.2 数値竜巻発生装置の作成

本研究では、松井と田村<sup>5)</sup>が用いた Ward 型竜巻発生装置を数値的にモデル化した。図1には作成した数値竜巻発生装置の鳥瞰図を示し、実験で用いられている竜巻発生装置と同様にガイドベーン、収束層、対流層、ハニカム、吸い上げ部等を設けている。装置上部に一定の流出速度を一様に与えることにより上昇流を再現した。また装置下部のガイドベーンの外側に自由流入を境界条件とし、ガイドベーンの角度を変化させることにより収束層内の角運動量を与えた。さらに、側面及び底面については non-slip 条件を与え、せん断力は壁法則により求めた<sup>9)</sup>。固体壁第1セルは殆どの計算領域において粘性底層にあり、渦中心付近における $z^+$ の最大値は26である。図2には計算格子分布を示し、竜巻状渦が発生する装置中心及び下部において密に配置した。表1には解析に用いた格子数、半径方向と鉛直方向の格子間隔、流量等を示す。本研究では、ガイドベーン角度 $\theta$ を $60^\circ$ に設定することにより、スワール比 $S$ が0.65の竜巻状渦を再現した。スワール比はWard<sup>2)</sup>に従い、 $S = \tan \theta / 2a$ により求めた。ここで、 $a$ は流入高 $h$ と上昇流口の半径 $r_0$ との比である。

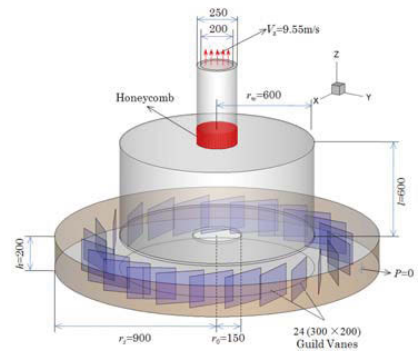


図1 数値竜巻発生装置の鳥瞰図

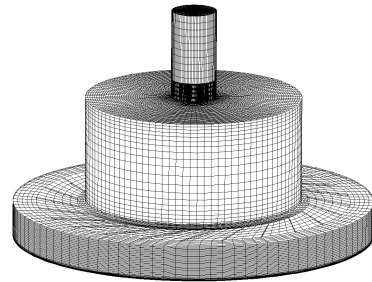


図2 計算格子の鳥瞰図

表1 数値解析における主要なパラメータ

格子数	610497
半径方向の格子幅(mm)	2.0~26.0
垂直方向の格子幅(mm)	1.0~5.0
流量(m <sup>3</sup> /s)	0.3
流入高 $h$ (mm)	200
上昇流口の半径 $r_0$ (mm)	150
ガイドベーンの角度 $\theta$ (deg.)	60
スワール比 $S$	0.65
最大旋衡風速 $V_c$ (m/s)	8.3
最大旋衡風速半径 $r_c$ (mm)	32.5

### 3. 三次元乱流場とその生成メカニズム

竜巻状渦内の平均風速と変動風速場を調べるために、半径方向、円周方向、鉛直方向の平均風速と変動風速の標準偏差並びに乱流エネルギーとレイノルズ応力を求めた。また時間平均ナビエ・ストークス方程式を用いて半径方向および鉛直方向の力のバランスを求め、レイノルズ応力の円周方向平均風速および鉛直方向平均風速への寄与を調べた。

図3には半径方向、円周方向、鉛直方向の平均風速と変動風速の標準偏差の半径方向分布を示す。図3(b)と図3(d)から、地面付近では水平方向の変動風速は渦中心に近いほど大きく、また半径方向と円周方向変動風速の分布は一致していることが分かる。変動風速の最大値は渦中心の地表面付近( $z=0.2r_c$ )に見られ、半径方向、円周方向の値は $0.8V_c$ を超えている。図3(a)と図3(c)に示すように、全ての高さにおいて半径方向と円周方向の平均風速はいずれも渦中心で0であり、渦中心付近での突風は変動風速によるものであることが分かる。一方、渦中心から少し離れた $r=0.5r_c$ では、円周方向平均風速は最大値の $1.4V_c$ となるが、変動風速は大きく減少している。図3(c)と図3(e)には実験から得られた円周方向平均風速と鉛直方向の平均風速も併記した。いずれの成分も数値解析の結果と実験値とよく一致していることが分かる。

図4には乱流エネルギーとレイノルズ応力の半径方向分布を示す。図4(a)と図4(b)から、地表面付近( $z=0.2r_c$ )では乱流エネルギーが渦中心で最大となるが、レイノルズ応力 $uw$ は0である。このことから、竜巻渦内乱流の場合は従来の乱流境界層と異なっている。

以上の結果から、乱流竜巻渦中心付近には大きな変動風速が存在し、地表面付近では最大値を示す。一方、この変動風速によりレイノルズ応力 $uw$ を生成しないことが分かる。

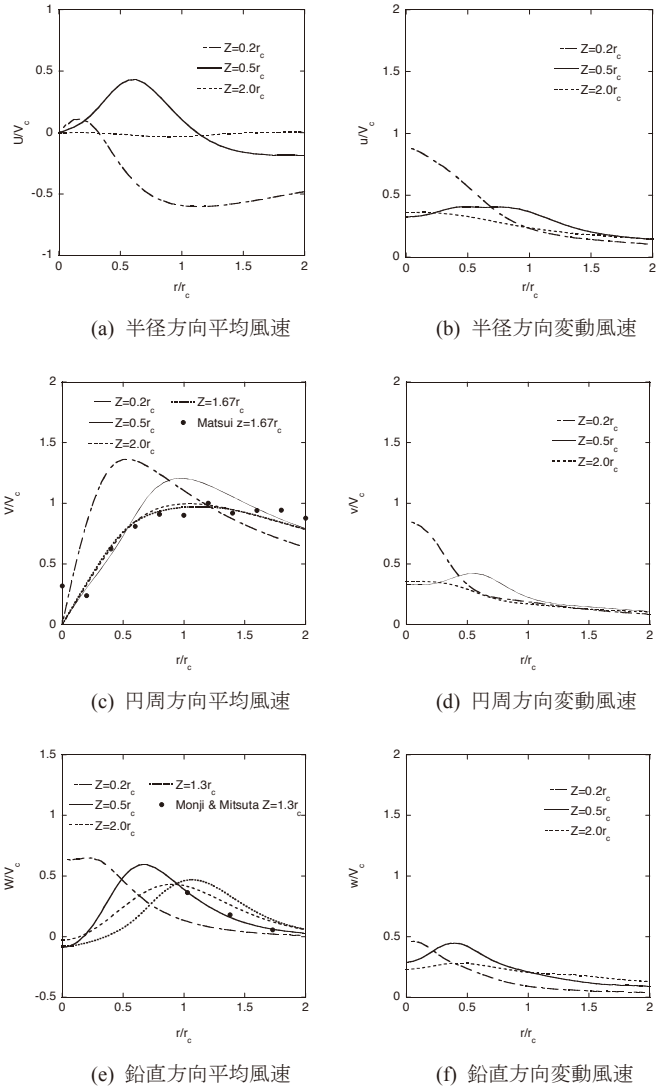


図3 平均風速と変動風速の標準偏差の半径方向分布

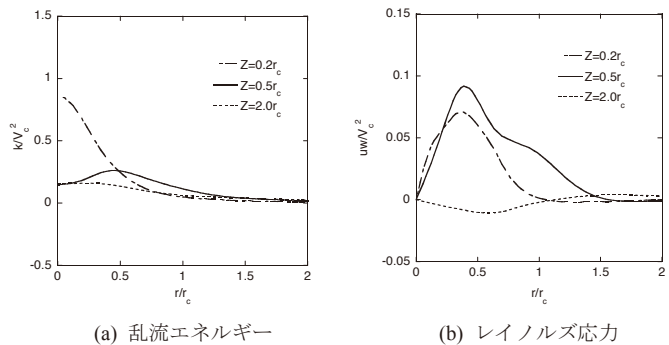


図4 乱流エネルギーとレイノルズ応力の半径方向分布

変動風速の平均風速場への寄与を調べるために、円筒座標系における軸対称時間平均ナビエ・ストークス方程式を以下のように導出し、方程式にある各項を調べた。

$$U \frac{\partial U}{\partial r} + W \frac{\partial U}{\partial z} - \frac{V^2}{r} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial r} - \left( \frac{\partial u^2}{\partial r} + \frac{\partial uw}{\partial z} - \frac{v^2}{r} + \frac{u^2}{r} \right) + D_u \quad (5)$$

$$U \frac{\partial W}{\partial r} + W \frac{\partial W}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} - \left( \frac{\partial uw}{\partial r} + \frac{\partial w^2}{\partial z} + \frac{uw}{r} \right) + D_w \quad (6)$$

式(5)の左辺は、半径方向( $A_{ru}$ )と鉛直方向( $A_{zu}$ )の移流項及び遠心力( $C_r$ )、右辺は半径方向圧力勾配( $P_r$ )、レイノルズ応力の寄与( $T_u$ )、拡散項( $D_u$ )からなる。また式(6)の左辺は、半径方向( $A_{rw}$ )と鉛直方向( $A_{zw}$ )の移流項、右辺は鉛直方向圧力勾配( $P_z$ )、レイノルズ応力項( $T_w$ )、拡散項( $D_w$ )からなる。

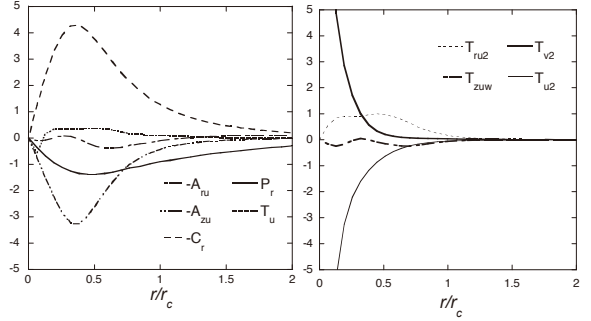
図 5(a)には地表面付近( $z=0.2r_c$ )における運動量方程式の各項の半径方向分布を示す。この図から、円周方向平均風速へのレイノルズ応力の寄与( $T_u$ )が小さいことが分かる。その理由を調べるために、レイノルズ応力の寄与( $T_u$ )に含まれる各項( $T_{ru2}$ ,

$T_{ruw}$ ,  $T_{v2}$ ,  $T_{u2}$ )を調べ、図 5(b)に示した。この図から、円周方向( $T_{v2}$ )と半径方向( $T_{u2}$ )の変動風速の寄与が共に大きいものの、互いに打ち消しあうため、レイノルズ応力( $T_u$ )の寄与が殆どないことが分かる。図 6(a)には渦中心 $r=0$ における各項の鉛直分布を示す。この図から、スワール比の小さい層流渦の場合<sup>8)</sup>と異なり、鉛直風速へのレイノルズ応力項の寄与( $T_w$ )が大きいことが分かる。レイノルズ応力の各項の寄与を調べるために、レイノルズ応力の寄与( $T_w$ )に含まれる $T_{ruw}+T_{uw}$ と $T_{zw2}$ を図 6(b)に示す。この図から、レイノルズ応力 $uw$ および鉛直方向変動風速の標準偏差は地表面付近に負の値を持つことが分かる。

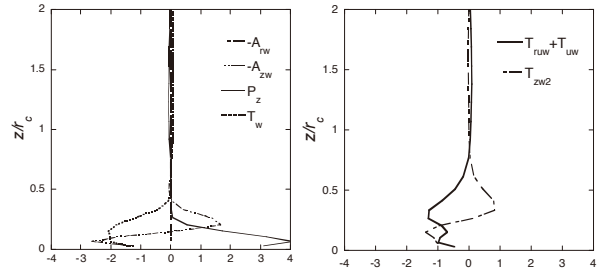
図 7(a)には数値解析により得られた円周方向平均風速 $V$ と式(7)により求めた円周方向平均風速との比較を示す。この図から、地表面付近( $z=0.2r_c$ )における円周方向平均風速の増大は、鉛直方向の移流項によって生じており、変動風速の寄与がないことが分かる。一方、図 7(b)には数値解析により得られた鉛直方向平均風速 $W$ と式(8)により求めた鉛直方向平均風速との比較を示す。この図から、スワール比の小さい層流渦<sup>8)</sup>と異なり、圧力の鉛直方向勾配と鉛直方向の移流項とはバランスせず、渦中心に発生する鉛直方向平均風速は、圧力の鉛直方向勾配の他、レイノルズ応力の寄与もあることが分かる。

$$V_{P+A} = \sqrt{V_P^2 + V_A^2} = \sqrt{\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial r} + W \frac{\partial U}{\partial z}} \quad (7)$$

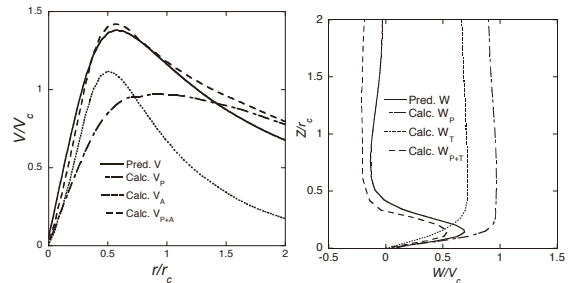
$$W_{P+A} = \begin{cases} \sqrt{W_P^2 - W_I^2} = \sqrt{2 \frac{P_s - P}{\rho} - 2 \int_0^z T_w dz} & W \geq 0 \\ -\sqrt{W_P^2 - W_I^2} = -\sqrt{2 \frac{P_s - P}{\rho} - 2 \int_0^z T_w dz} & W < 0 \end{cases} \quad (8)$$



(a) 半径方向の力 (b) 半径方向のレイノルズ応力  
図 5 地表面付近の運動量の半径方向分布( $z=0.2r_c$ )



(a) 鉛直方向の力 (b) 鉛直方向のレイノルズ応力  
図 6 渦中心における運動量の鉛直方向分布



(a) 円周方向平均風速 (b) 鉛直方向平均風速  
図 7 数値解析の結果と予測された平均風速との比較

#### 4. 竜巻状渦のダイナミクスとその最大瞬間風速

このような変動風速場の形成メカニズムを明らかにするため、竜巻状渦の瞬間的な流れ場を調べた。図 8(a)～(d)は、変動風速の大きい地表面付近( $z=0.2r_c$ )における水平速度成分のベクトルを示す。これらの図から、中心付近では渦の回転運動により風向風速が大きく変化することが分かる。また、図 3(b)と図 3(d)に見られる地表面付近の半径方向、円周方向の大きな変動風速はこの渦の偏心回転運動によって説明できる。

図 9 には地表面付近( $z=0.2r_c$ )において竜巻状渦が 1 周するときの渦中心における半径方向と円周方向の変動風速の時間変化を示した。図中の  $S \sim W$  はそれぞれ図 8(a)～(d)に示す渦中心の方位に対応している。縦軸は無次元化風速、横軸は無次元化時間である。横軸の  $tV_c/2\pi r_c$  が 1 進むのにかかる時間は、円周風速  $V_c$  の速さで半径  $r_c$  の円周上を 1 周する時間と等しくなっている。この周期を基本周期とすると、図 9 から、竜巻状渦の偏心回転運動の周期は基本周期の約 12 倍であり、ゆっくりと回転していることが分かる。また、渦の位置により半径風速と円周風速は大きく変動している。図 9 の 1 周期における半径風速と円周風速の標準偏差を求めると、それぞれ  $0.94V_c$ 、 $1.06V_c$  となり、図 3(b)と図 3(d)に近い値を示した。

このことから、半径方向の運動方程式における半径方向と円周方向の変動風速の寄与は、渦の偏心回転運動により統計的にほぼ等しくなり、1 周期の間に打ち消し合うことが分かる。すなわち、竜巻渦中心付近の大きな変動風速は偏心回転運動に伴う竜巻渦の組織運動によるものである。

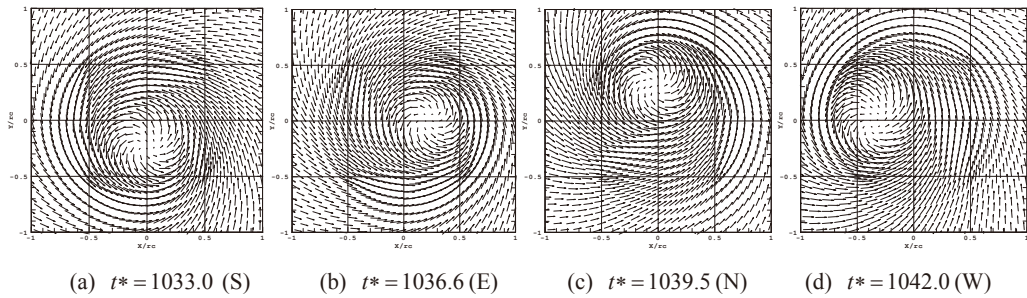
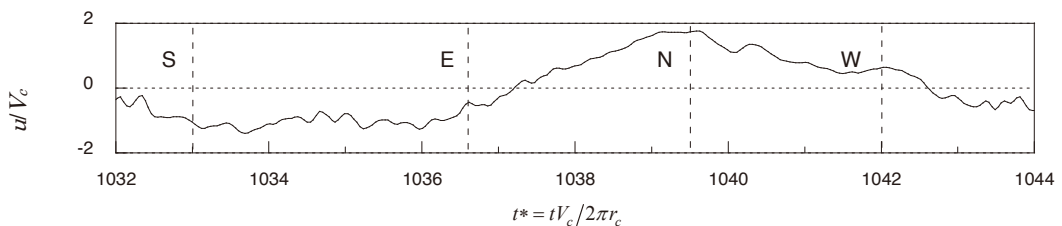
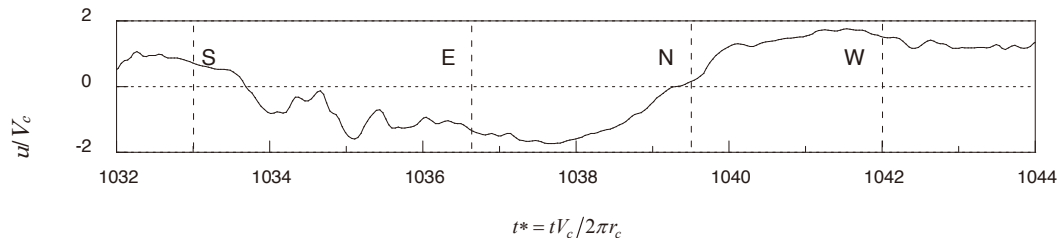


図 8 地表面付近の風速ベクトル



(a) 半径方向風速



(b) 円周方向風速

図 9 中心点における半径方向と円周方向の変動風速の時間変化

最大瞬間風速は耐風設計上重要である。本研究では竜巻状渦の偏心回転運動の中心付近における平均風速、変動風速および最大瞬間風速を調べた。3秒最大瞬間風速を求めるために、表2に示すスケール比を用いた。実際の竜巻のデータはドップラーレーダーにより計測されたものを用いた<sup>10)</sup>。

図10には地表面付近 $z=0.2r_c$ での渦中心( $r=0$ )と中心から少し離れた $r=0.5r_c$ における円周風速の平均値、標準偏差、3秒最大瞬間値を示す。注目すべき点は、最大瞬間風速は渦中心( $r=0$ )では $1.7V_c$ 、渦中心( $r=0$ )における円周方向の平均風速は0であるため、最大瞬間風速は全て変動風速によるものであることが分かる。一方、中心から少し離れた $r=0.5r_c$ では、円周方向の最大瞬間風速は $1.9V_c$ であるが、平均風速の最大値は $1.4V_c$ となり、平均風速による寄与が大きいことが分かる。このことから、竜巻の渦中心では平均風速は0でも、最大瞬間風速は大きいため、大きな被害をもたらすと推測される。

表2 実竜巻と数値竜巻渦のスケール比

	実竜巻	数値竜巻渦	スケール比
$r_c$ (m)	200	0.0326	$\lambda_r=6134$
$V_c$ (m/s)	65	8.33	$\lambda_v=7.8$
平均化時間(s)	3	0.0038	$\lambda_t=786$

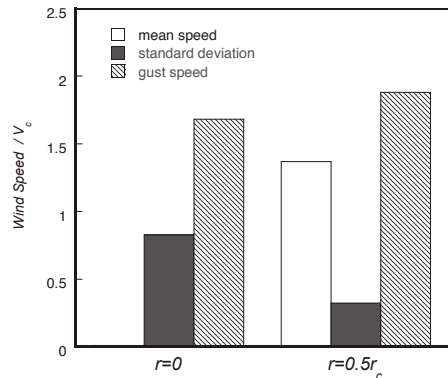


図10 地表面付近 $z=0.2r_c$ における円周方向風速の平均値、標準偏差および3秒最大瞬間値

## 5. まとめ

本研究では、数値竜巻発生装置を作成し、LESモデルにより数値的に竜巻状渦を発生させると共に、竜巻状渦に伴う乱流場およびその発生メカニズムを調べ、以下の結論を得た。

竜巻状渦の中心における変動風速の標準偏差は最大となり、地表面付近では最大旋衡風速 $V_c$ に近い値となっている。一方、竜巻状渦の中心におけるレイノルズ応力は0となっていることが分かった。また時間平均ナビエ・ストークス方程式を用いて半径方向および鉛直方向の力のバランスを調べた結果、円周方向平均風速へのレイノルズ応力の寄与は小さいが、鉛直方向平均風速へのレイノルズ応力項の寄与は大きいことが分かった。そして、竜巻状渦の瞬間的な流れ場を調べた結果、竜巻状渦内の大きな変動風速は、竜巻状渦の偏心回転運動によってもたらされていることが分かった。この偏心回転運動により、竜巻渦中心における風向が大きく変化し、最大瞬間風速は $1.7V_c$ に達していることが分かった。

## 参考文献

- 1) Tari, P.H., Gurka, R., Hangan, H.: Experimental investigation of tornado-like vortex dynamics with swirl ratio: The mean and turbulent flow fields, J. Wind Eng. Ind. Aerodyn., Vol.98, pp.936-944, 2010.
- 2) Ward, N.B.: The exploration of certain features of tornado dynamics using a laboratory model, Journal of the Atmospheric Sciences, Vol.29, pp.1194-1204, 1972.
- 3) Wan, C.A., Chang, C.C.: Measurement of the velocity field in a simulated tornado-like vortex using a three-dimensional velocity probe, Journal of Atmospheric Science, Vol.29, pp.116-127, 1972.
- 4) 文字信貴, 光田寧: 竜巻実験装置を用いた1セル及び2セル渦の研究, 京都大学防災研究所年報, 第26号, B-1, pp.393-401, 1983.
- 5) 松井正宏, 田村幸雄: 竜巻状流れ場に対するスワール比, 粗度の影響に関する室内実験, 第19回風工学シンポジウム論文集, pp.7-12, 2006.
- 6) Lewellen, D.C., Lewellen, W.S.: Large-eddy simulation of a tornado's interaction with the surface. Journal of the Atmospheric Sciences, Vol.54, No.5, pp.581-605, 1997.
- 7) T. Maruyama: A numerically generated tornado-like vortex by large eddy simulation, APCWE-VII, pp.349-352, 2009.
- 8) Ishihara, T., Oh, S., Tokuyama, Y.: Numerical study on flow fields of tornado-like vortices using the LES turbulent model, J. Wind Eng. Ind. Aerodyn., Vol.99, pp.239-248, 2011.
- 9) Oka, S. and Ishihara, T.: Numerical study of aerodynamic characteristics of a square prism in a uniform flow, J. Wind Eng. Indust. Aerodyn., Vol. 97, pp.548-559, 2009.
- 10) Dowell, D.C., Alexander, C.R., Wurman, J.M. and Wicker, J.L.: Centrifuging of hydrometeor and debris in tornadoes: radar-reflectivity patterns and wind-measurement errors, Mon. Weather Rev., AMS, Vol.133, pp.1501-1524, 2005.