

2次元矩形断面のねじれ空力弾性振動予測に関する $k-\varepsilon$ モデルの適用性 Applicability of $k-\varepsilon$ model on the Prediction of Torsional Vibration of 2D Rectangular Cylinders

嶋田健司¹⁾ 石原 孟²⁾
Kenji SHIMADA¹⁾ Takeshi ISHIHARA²⁾

ABSTRACT

For the torsional vibration, rectangular cylinders exhibit both of vortex induced oscillation and torsional flutter, however, these phenomena are still remained aeroelastically unclarified. Although much effort have been made for the development of numerical analysis recently, works which discussed the torsional vibration are quite few. The authors have successfully simulated the vortex-induced vibration and galloping by the Kato-Lauder's modified $k-\varepsilon$ model which is combined with two-layer model, and concluded that the method is quite effective and reasonable for these sort of problems. In this paper, as the next step, the modified $k-\varepsilon$ model is applied to the prediction of the torsional aeroelastic vibration. A series of wind tunnel experiments which covers the wide range of B/D ratio, where B and D are streamwise and depth length respectively, was also conducted in order to compare with the simulation. As a result, present modified $k-\varepsilon$ model successfully simulated both of velocity-restricted type and divergent type torsional flutter.

Key Words : Modified $k-\varepsilon$ model, Torsional Vortex-induced Vibration, Torsional Flutter

1. はじめに

近年, 数値流体解析により大規模な剥離を伴う断面の空力弾性振動の再現が試みられている。現在までのところその多くは並進振動を扱ったものである。ところでねじれの空力振動では, ねじれの渦励振, ねじれフラッター, 風速限定型ねじれフラッター等があることが知られているが, その多くはいまだに未解明な部分が多い。著者らは修正型 $k-\varepsilon$ モデル¹⁾をベースにこれに two-layer model を組み合わせ一般座標系に拡張した解析手法を用いて, 並進振動に関して完全剥離型である $B/D=2$ (B : 流れ方向長さ, D : 見附幅) と周期的再付着型である $B/D=4$ 断面について渦励振や比較的低い無次元風速域のギャロピングの再現性について検討を行った²⁾。その結果, 本解析手法がこれらの空力弾性振動の再現に極めて有効であることがわかった。本論文ではこれらに引き続きねじれの空力振動への適用性について論じる。解析手法の検証は $B/D=2$ および $B/D=4$ 断面について非定常空気力と自由振動の両面から行った。既往の研究における自由振動実験結果では, 減衰, 慣性モーメントといった構造特性が個別に明記されていないものや, 風速域が渦励振のみあるいはねじれフラッターのみと限定されたケースが少なくない。そこで本論文では構造特性を明らかにし, かつ $B/D=2 \sim 8$ の辺長比および広範な風速域にわたるねじれ 1 自由度の振動実験も行い, 解析の検証データとすると同時に, 辺長比が渦励振やねじれフラッターの発現風速に与える影響を考察した。

2. 実験および解析方法

実験は一様流中で行った。自由度は回転 1 自由度である。回転角変位は光学式変位計によりターゲットの鉛直方向

1) 清水建設(株)技術研究所・工博(〒135-8530 江東区越中島3-4-17)
2) 東京大学大学院工学系研究科社会基盤工学専攻・工博(〒113-8656 文京区本郷7-3-1)

変位 y を計測し、ターゲットと回転中心間距離 L により $\theta = \tan^{-1}(y/L)$ として求めた。応答はほとんど sinusoidal な変動を示したが、実験結果は振幅の r.m.s. 値を $\sqrt{2}$ 倍して示した。模型はバルサ製で両端に薄いアルミ製の端板を付けている。実験は可能な限り小さな慣性モーメントおよび減衰のもとで行った。表 1 には実験模型の大きさおよび構造特性を示す。閉塞率は 3.3 ~ 4.4% である。

解析方法は断面近傍に two-layer model を適用した修正型 $k-\epsilon$ モデル¹¹⁾(以下特に断りのない限り $k-\epsilon$ モデルと記す) による。基礎方程式系は一般座標系により定式化し、差分法により解いた。流速成分の移流項は 3 次精度風上差分を、 k および ϵ の移流項には 1 次精度の風上差分を用いた。解析は 2 次元で行い、格子点数は $320 \times 200 = 64,000$ 点、 $Re = 2.2 \times 10^4$ である。詳細は文献[2]を参照されたい。

3. 実験結果・ねじれ振動の発現風速

図 1 には種々の辺長比の自由振動時の結果を無次元風速 $Ur = U/n_0 B$ について示す。実験を行った範囲ではねじれの渦励振は 3 つのグループ (TYPE A ~ C) に分けて見ることができる。ねじれフラッターは概ね $4 < Ur < 5$ で発現している。詳細に見ると $B/D < 4$ と $B/D \geq 4$ とではその発現初期に立ち上がりがちがいが見られる。前者では増速時と減速時とで応答が異なる軌跡を描くいわゆるハードフラッター型なのに対して、後者はほとんど同一の軌跡を描くソフトフラッター型である。また $B/D = 4, 5, 6$ では振幅がおおよそ 0.1 rad 以上の振幅では辺長比による差は小さくなり、図中に実線で示すように無次元風速に対して一定勾配で応答が増加している。久保・加藤¹²⁾ および白石・松本¹³⁾ は前縁からはく離れた渦の流下パターン¹⁴⁾の考察に基づいて、渦励振の発現無次元風速に関して推定式を示した。それらは以下のように表すことができる。

$$\frac{U_{cr}}{n_0 D} = \frac{1}{n \cdot St^*} = \frac{U^*}{n} \quad (1)$$

ここに U_{cr} は渦励振の発現風速、 n_0 は固有振動数、 U^* は impinging-shear-layer instability (以下 ISLI と略記する) による並進の渦励振の発生無次元風速 ($= 1/St^*$) である。 n は並進の渦励振については整数倍 ($n=1, 2, \dots$)、ねじれについては 0.5 の奇数倍 ($n=0.5, 1.5, 2.5, \dots$) である。 U^* として例えば白石・松本による値を用いれば $U^* = 1.67(B/D)$ である。図 2 には本実験により得られた辺長比 B/D とねじれ渦励振およびねじれフラッターの発現無次元風速の関係を示す。同図には吉村¹⁵⁾ によるねじれの渦励振の発生要因別の分類 (図中の領域 I ~ V) と (1) 式で $n=1.5$ と

表 1 実験諸元

B/D	B × D × H (mm)	n_0 (Hz)	I (kgf·s ²)	h (%)	$Sc(2l \delta / (\rho B^2 D^2))$
2	40 × 80 × 300	21.50	1.73×10^4	0.44-0.69	7.5-11.7 (0.05-0.1rad)
		18.75	4.36×10^4	0.36-0.47	15.4-20.1 (0.045-0.136rad)
2.5	40 × 100 × 300	9.175	1.06×10^3	0.44-0.52	45.8-54.1
		19.10	2.31×10^4	0.29-0.40	4.2-5.8
3	40 × 120 × 300	18.72	2.44×10^4	0.31-0.38	3.3-4.0
3.3	40 × 132 × 300	18.15	2.39×10^4	0.36	3.1
3.5	40 × 140 × 300	18.25	2.36×10^4	0.28	2.1
4	30 × 120 × 300	19.15	2.35×10^4	0.24-0.63	4.4-11.5
5	30 × 150 × 300	18.12	2.57×10^4	0.35	4.4
6	30 × 180 × 300	11.10	6.70×10^4	0.25-0.37	5.7-8.5
8	30 × 240 × 300	10.35	7.86×10^4	0.44	6.7
2	スプリッター板	21.44	1.70×10^4	0.36-0.44	6.0-7.3 (0.05-0.1rad)
3.3	スプリッター板	19.40	2.68×10^4	0.33-0.52	3.2-5.0 (0.04-0.11rad)

注) l : 模型スパン方向長さ

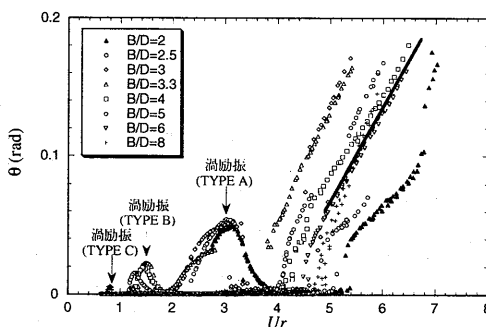


図 1 種々の辺長比のねじれ自由振動時における実験結果

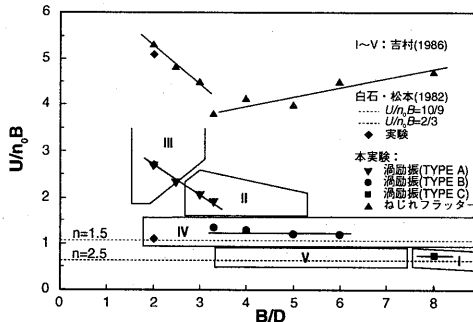


図 2 ねじれ振動 (渦励振, フラッター) の発現無次元風速と辺長比の関係。吉村[5]の分類は以下のとおり。I, II: Karman 渦に起因する渦励振, III: Impinging-shear-layer instability の基本波の渦との分數調波共振, IV: ISLI の第 1 高調波の渦に起因する渦励振, V: ISLI の第 2 高調波の渦に起因する渦励振

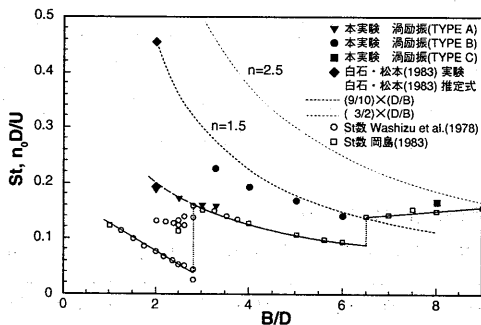


図 3 ねじれの渦励振の発生無次元振動数と辺長比の関係

2.5に対応する無次元風速を示す。また、図3にはStrouhal数およびISLIの無次元振動数とねじれ振動の発生無次元振動数の関係を示す。本実験で得られた $3.3 \leq B/D \leq 6$ で見られるTYPE Bの渦励振は B/D によらず発現無次元風速 $U/n_0 B$ が一定であり、吉村らのIV (ISLIの第1高調波の渦に起因する渦励振) の分類に属する。この部類の渦励振は図中破線で示す $n=1.5$ に対応する値によって推定できる。 $B/D=8$ のTYPE Cの渦励振は分類Iに属する。この領域の渦励振は、Strouhal数の逆数によって定まる共振風速 ($B/D=8$ では $St=0.15$, したがって $U/n_0 B=0.83$) と一致するため(図3), 定常的再付着型のKarman渦励振である。ただしこの発現無次元風速は $n=2.5$ に対応していることから、この領域は吉村らの指摘するようにKarman渦の発生周波数とISLIの第2高調波が極めて近接した領域であるといえる。

TYPE Aの渦励振は $2 \leq B/D \leq 3.3$ で見られ、分類IIとIIIに属する。吉村らによれば分類IIはKarman渦励振、分類IIIはISLIの基本波の渦との分数調波共振であるとしている。図2では $B/D=3.3$ のねじれ振動は分類II, IV, Vに属することが示されているが、本実験では吉村らの実験に比較してScruton数がやや大きめと考えられるためその内IIとIVに属するもののみが再現された。図4にはスプリッター板を設置した場合の応答の変化について示す。 $B/D=3.3$ ではスプリッター板を挿入することでTYPE Aの渦励振は消失するが(図中×印), TYPE Bの渦励振の最大応答振幅にはほとんど変化がないことから、吉村らが示しているようにTYPE Aの渦励振はKarman渦に関係するものであることが考えられる。さらに図3からは、TYPE Aの渦励振とTYPE Cの渦励振はStrouhal数の曲線に近いためこれらの渦励振はKarman渦の影響を強く受けていることが考えられる。TYPE Aの渦励振の内、特に $B/D=2$ および $B/D=2.5$ は $B/D > 2.8$ のStrouhal数のbranchの延長上に位置している。それらはそれぞれの固有のStrouhal数のおよそ2倍に相当する。図5に示す $B/D=2$ にスプリッター板を設置した場合(図中×印)では $Ur=2.7$ 付近から始まる渦励振は発生していない。したがってこのタイプの渦励振はISLIに基づくものではないことが考えられる。渦励振発生時の渦放出の無次元振動数は $f_t=1/5.5=0.182$ で、この断面の静止時のStrouhal数の2.1倍の値となっている。これらのことから類推するとこの $Ur=2.7$ 付近から始まる渦励振はStrouhal数の2倍、つまりKarman渦放出振動数の2倍の不安定性に起因する励振であるとされる。

図2中、▲で示すねじれフラッターの発現無次元風速はTYPE Aの渦励振が発現するグループとTYPE BおよびTYPE Cの渦励振発現する $B/D \geq 3.3$ の2つに分けて見ることができる。この内、TYPE Aの渦励振のグループである $B/D \leq 3.3$ では渦励振の発現無次元風速とねじれフラッターの発現無次元風速の間におよそ2倍の関係が見られる。以上のことよりねじれ1自由度振動(ねじれ渦励振, ねじれフラッター)の発現風速は、 $B/D=3.3$ 付近を境に性状を

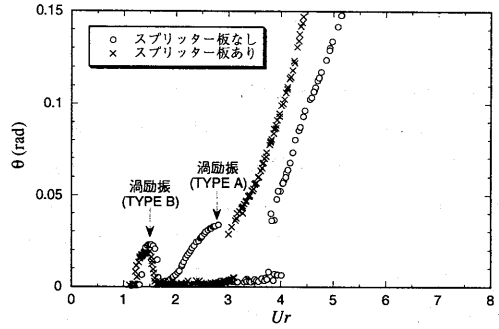


図4 ねじれ振動に及ぼすスプリッター板の影響($B/D=3.3$)

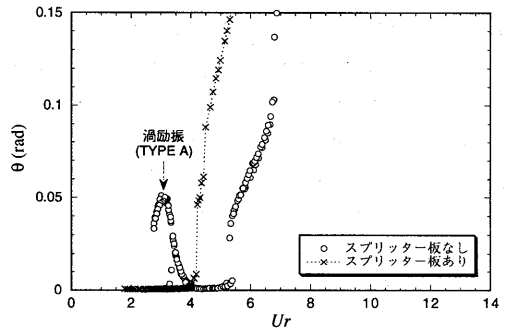


図5 ねじれ振動に及ぼすスプリッター板の影響($B/D=2.0$)

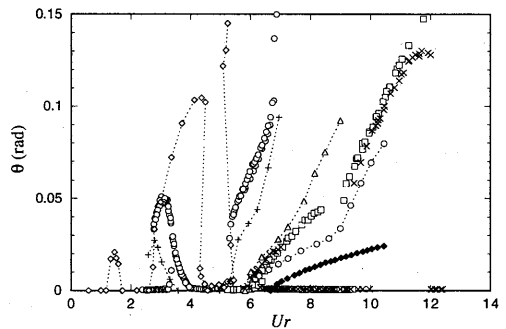


図6 $B/D=2$ のねじれ自由振動におけるScruton数の効果
○:本実験($Sc=5 \sim 7$), □:本実験($Sc=15 \sim 20$), ×:本実験($Sc=46 \sim 54$), ◇:白石・松本($Sc=0.6$), +:Miyata($Sc=5$), △:($Sc=20$), ○:($Sc=40$), ◆:stable

異にしていることが分かる。

4. k-εモデルのねじれ振動の再現性

4.1 B/D=2断面のねじれ自由振動の実験結果 図6にはねじれ1自由度振動実験結果を示す。図にはさまざまなScruton数 ($Sc=2I\delta/(\rho B^2 D^2)$, I : 単位長さあたりの慣性モーメント) の場合について示した。図中○印で示すScruton数が小さい場合, $Ur=2.7$ 付近で限定的な応答が見られ, $Ur=5.5$ 付近より発散的な振動となる。この内, $Ur=2.7$ はStrouhal数の約2倍の振動数に, $Ur=5.5$ はStrouhal数に対応一致している。 $Ur=2.7$ で発振する渦励振は前述の通り, Karman渦の2倍の振動数成分によるものである。また $Ur=5.5$ から発振する発散型振動は, 発振風速がStrouhal数に対応した共振風速にほぼ一致することから基本的にはKarman渦の影響を受けた渦励振として発振した後, 質量減衰比が小さいため発散振動へ移行したものと考えられる。一方, 図中×印で示すScruton数が大きい場合 ($Sc=50$) では $Ur=6\sim 7, 9.5\sim 12$ の無次元風速域において, 応答が限定的になる様相を呈している。また, Miyata et al. の実験結果¹⁶⁾ではおよそ $Ur > 6.5$ において不安定なリミットサイクルがあることが示されている。

4.2 B/D=2断面のねじれ強制加振時の非定常空気力

図7にはねじれ強制加振時の非定常空気力係数を示す。実験および解析結果ともに $Ur=3.5$ および $Ur=10$ で極大値を示した後, $Ur > 11$ で励振モーメントは減少している。Nakamura¹⁵⁾も同様に速度同相成分が負, すなわち減衰力に転じることがあることを示している。図8には松本ら¹⁹⁾による無次元仕事 Wr の分布と本解析結果の比較を示す。 $Ur=5$ では風上側が減衰力に, 風下側が励振力となるが, $Ur=11$ では逆に風上側が励振力に, 風下側が減衰力となっている。中間の $Ur=7.5$ では側面のほぼ全領域が正の仕事を行ない, 励振力となっており, 無次元風速により複雑に励振機構が変化することがわかる。同図より解析によってもこの傾向が再現できることがわかる。またちなみに図7には加振振幅をやや大きくした場合の解析結果も示すが, この無次元風速領域の空気力には振幅依存性が認められる。これらのことからこの領域の振動は, 減衰定数および質量比が小さく, 応答がある程度以上に大きいと作用空気力は加振力となって応答は発達するが, 減衰定数および質量比がある程度大きく, 応答の発達が緩やかであると, 作用空気力は減衰力となり, 応答は減少するものと考えられる。

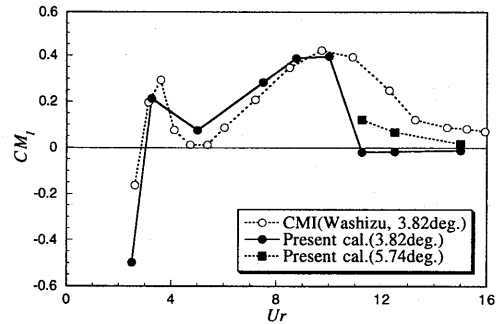


図7 B/D=2.0断面のねじれ強制加振時(加振振幅3.82°)の非定常空気力係数の速度同相成分

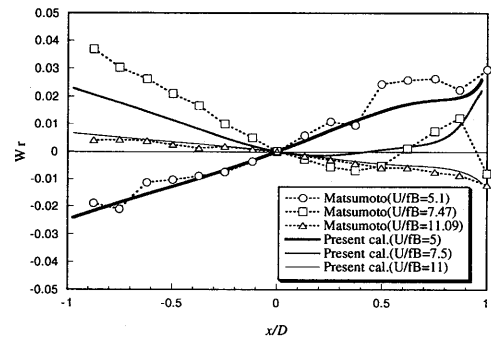


図8 B/D=2.0断面の無次元仕事(加振振幅φ=2°)

$$W_r = -\pi \left(\frac{x}{D} \right) \sin \phi \cdot C_p, \quad C_p: \text{風圧の速度同相成分}, \quad \phi: \text{加振角度}$$

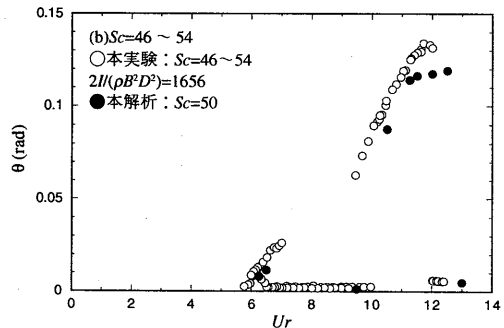
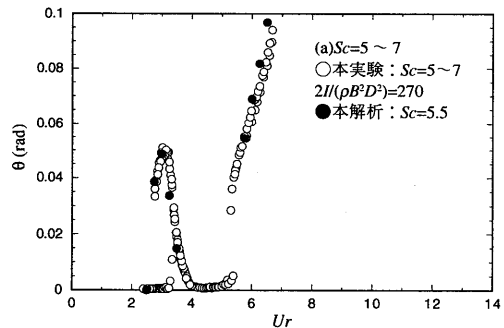


図9 B/D=2.0ねじれ自由振動時の解析結果と実験結果の比較

4.3 B/D=2断面のねじれ自由振動の解析結果 図9にはねじれ1自由度自由振動時の解析結果と本実験結果の比較を示す。図9(a)には $Sc=5.5$ (減衰定数は $h=0.325\%$)とした場合を示す。本解析結果は $Ur=2.7$ で発振する渦励振から $Ur=5.5$ で発振するねじれフラッターまでを定量的にも十分な精度で再現している。図9(b)には $Sc=50$ ($h=0.44\%$)の場合について示す。この場合、 $Ur=6$ 付近で応答が立ち上がるが、 $Ur=7$ 付近で一旦振動は治まる。 $Ur=10$ 付近において大きな初期振幅を与えると再び応答は発達するが、 $Ur=12$ で再び振動は治まる。本解析はこのような風速限定型ねじれフラッター¹⁰⁾をもよく再現している。実験結果はいずれの場合も初期振幅により異なる応答の値を示すが、解析は 3.82° (0.067rad)の強制加振状態を初期値とした。

図10には $Sc=5.5$ の場合の渦励振時 ($Ur=3$) およびねじれフラッター時 ($Ur=6.25$) の振動0.5周期間の断面近傍の瞬間渦度コンターを示す。図10(a)はTYPE Aの渦励振時である。断面の背後で強い渦の巻き込みが見られる。しかし進連時のISLIによる渦励振とは異なり、前縁はく離渦の強い巻き込みと側面上に沿ったその流下というパターン¹²⁾は見られない。一方、図10(b)のねじれフラッター時では渦励振時とは異なり、渦の明瞭な巻き込みはなく、振動に伴うく離せん断層の揺動が見られる。

4.4 B/D=4断面のねじれ強制加振時の非定常空気力

図11にはねじれ強制加振時の非定常空気力係数を示す。本解析結果は速度同相成分に関しては無次元風速の全般で実験値とよく一致している。空気モーメントの加振振動数成分の変位同相成分(図11b)は $Ur < 3$ で実験結果とのずれが見られる。低無次元風速域では加振周期が短いため、解析における時間刻みの影響が考えられる。同図には時間刻み Δt を通常の1/5 ($\Delta t=1/2000$)にした場合の解析結果も Δt 印で示すが、値はほとんど変わっていない。したがって低無次元風速域における実験結果との差異は時間刻みの不備ではないと考えられる。この点については実験結果の吟味も含めて検討の余地がある。図12(a)にはねじれの渦励振のピーク時 $Ur=1.42$ における側面上の非定常風圧分布を示す。本解析結果は風洞実験結果および瀬戸らによる3次元解析結果¹⁰⁾とよく一致している。図12(b)には $Ur=6$ における非定常風圧分布を示す。加振振幅は 0.07rad である。この無次元風速は図1に示すように、ねじれフラッターが発現している風速である。この場合は、前縁と後縁では約 180° の開きがある。これはちょうど振動周期の1/2となっており、久保らが指摘しているとおり $n=0.5$ に近い値となっている。

4.5 ねじれ1自由度弾性支持されたB/D=4断面の解析

図13にはねじれ1自由度の自由振動時の本解析結果と本実験結果の比較を示す。解析ではScruton数は

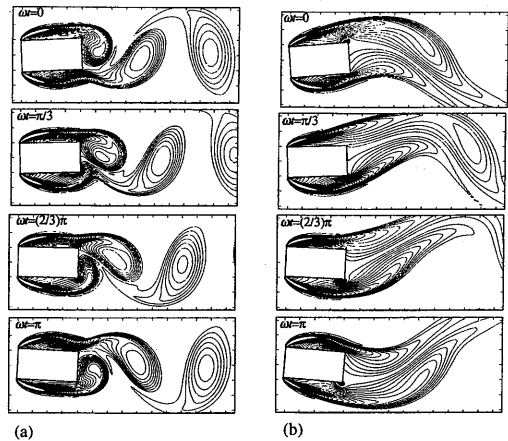


図10 B/D=2.0自由振動時の渦度。(a) $Ur=3$ 、(b) $Ur=6.25$

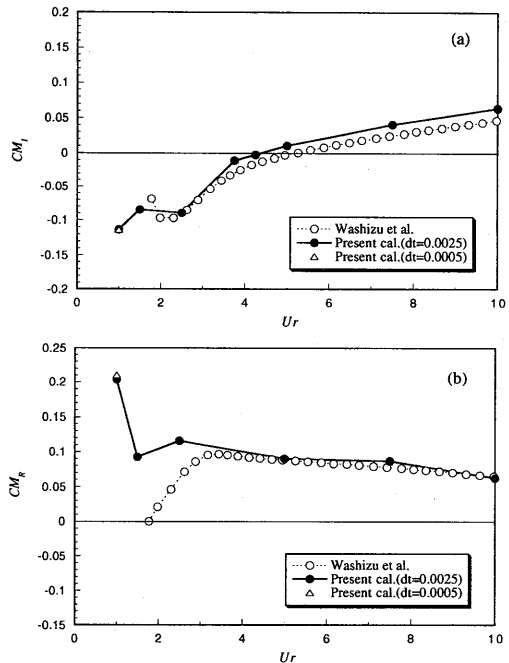


図11 B/D=4.0ねじれ強制加振時(加振振幅 3.82°)の非定常空気力係数 (a)速度同相成分、(b)変位同相成分

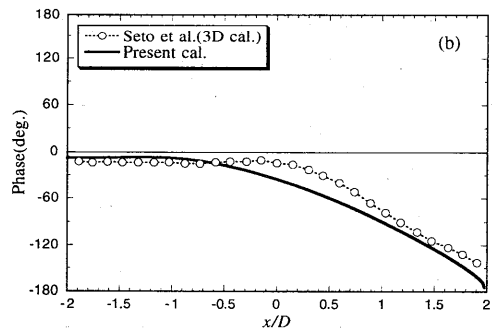
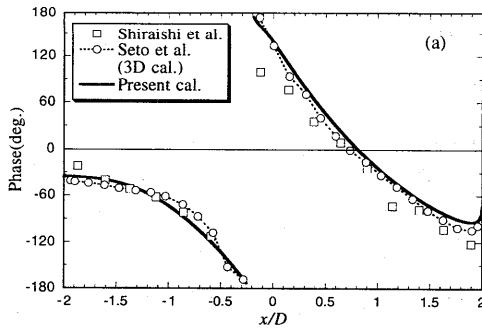


図12 $B/D=4.0$ ねじれ強制加振時の非定常風圧分布 (加振変位と位相差) (a) $Ur=1.42$ (加振振幅 0.009rad) (b) $Ur=6$ (加振振幅 0.07rad)

$Sc=5.3$ ($h=0.283\%$) とした。解析結果では $Ur=1.3$ 付近から立ち上がる渦励振と、 $Ur=4$ 付近から立ち上がるねじれフラッターがよく再現されている。ねじれフラッターに関しては $4 < Ur < 5$ の部分が、実験結果と解析結果とでやや異なるように見える。ただし、差が現れている $0.04 < \theta < 0.065$ の振幅領域は実験結果でも応答が飛びが見られることから、空気力の微妙な差で応答が敏感に変わるものと考えられる。

図14には渦励振 ($Ur=1.42$, 振幅 0.02rad) およびねじれフラッターの自由振動時 ($Ur=5.5$, 振幅 0.11rad) の振動 0.5 周期間の渦度を示す。渦励振時 (図14a) からは断面背後に後縁 2 次渦の形成が明瞭に認められ、前縁ではく離し側面を流下する渦と後縁 2 次渦とが振動 1 周期を要して規則的に融合し後流に放出されている様子が認められる。

ねじれフラッター時のコンター (図14b) からも、前縁で形成される渦の側面上の流下が認められる。断面が頭上げに移行する過程で前縁ではく離渦のはく離バブルの形成が見られる。最大頭上げ時から頭下げに移行する過程でこのバブルは側面を流下している。

5. まとめ

矩形断面柱のねじれ 1 自由度振動について風洞実験および修正型 $k-\epsilon$ モデルによる 2 次元解析を行い以下の結果を得た。(i) $B/D=2$ 断面に関して、 $Ur=2.7$ 付近から生じる渦励振は Strouhal 数の 2 倍の振動数に対応した渦励振であると考えられる。(ii) $B/D=3.3$ 付近を境にねじれ振動の発現風速性状は異なる。(iii) $B/D=2$ 断面に関して、Strouhal 数の 2 倍の振動数に起因する渦励振が再現された。(iv) $B/D=2$ および 4 の発散型のねじれフラッターが再現された。(v) $B/D=2$ 断面に関して、風速限定型のねじれフラッターが再現された。

【謝辞】本研究にあたり京都大学大学院の松本勝教授に御指導を賜りました。ここに謝意を表します。

【参考文献】 [1] Kato, M. and Launder, B. E.: The modeling of turbulent flow around stationary and vibrating square cylinders, *Ninth symposium on "Turbulent shear flows"*, Kyoto Japan, 1993.8 [2] Shimada, K. and Ishihara, T., *J. of Aerospace Engineering*, vol.12, No.4, 1999.10, 122-135 [3] 久保他: 第9回風工学シンポジウム論文集, 1986, 169-174 [4] 白石他: 土木学会論文報告集, 第322号, 1982.6, 37-50 [5] 吉村他: 第9回風工学シンポジウム論文集, 1986, 157-162 [6] Miyata, T. et al., *J. of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics* (1983) 14, 223-234 [7] 鷺津・大屋他, 構造物の耐風性に関する第4回シンポジウム, 1976, 191-198 [8] Nakamura, Y. and Yoshimura, T., *J. of Sound and Vibration* (1982) 84(3), 305-317 [9] Matsumoto, M. et al., *J. of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics* 69-71 (1997) 871-882 [10] 瀬戸・伊藤・田村, 日本建築学会大会学術講演梗概集, 1997, 197-198

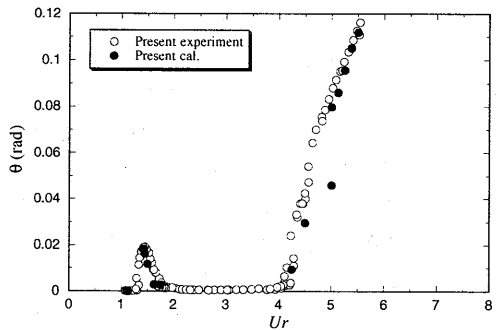


図13 $B/D=4.0$ ねじれ自由振動時の解析結果と実験結果の比較

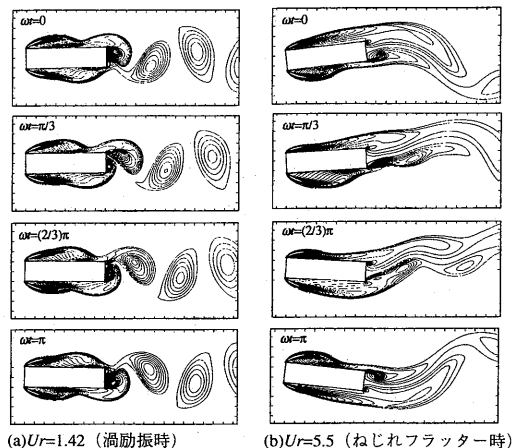


図14 $B/D=4.0$ 自由振動時の瞬間渦度分布